

Nombre (20 puntos): _____

Instrucciones:

- Los primero **cuatro** problemas son **OBLIGATORIOS**. El problema (5) **ES OPCIONAL**, pero es muy sencillo.
- Cada problema tiene un valor de **20 puntos**. De esta forma no se penalizan de mayor forma los problemas más elaborados. Con sólo escribir su nombre, bien escrito, LEGIBLE, ya tienen 20 puntos.
- Tienen **una hora con quince (15) minutos** para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Eviten la pena de quitarles sus exámenes a uno o varios de ustedes, o a todo el grupo. Gracias.
- **EXPLÍQUE SUS RESPUESTAS A DETALLE**. Problema SIN explicar vale **CERO (0) puntos**.

PROBLEMAS

- (1) (20 puntos.) Calcule, si existe, el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

- (2) (20 puntos.) Usando la definición de derivada, calcule la función derivada de la siguiente función:

$$G(x) = \frac{1}{x},$$

para $x \neq 0$. Explique cada paso que efectúe, diciendo qué propiedades (de límites o de álgebra) está usando.

- (3) (20 puntos.)

- (a) Considere la función

$$h(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, \quad \text{para } x \geq 0, \quad x \neq 9.$$

Encuentre $h^{-1}(x)$.

- (b) La función $F(x) = x^4$, $x \geq 0$, tiene como función inversa a $F^{-1}(x) = \sqrt[4]{x}$, $x \geq 0$. Usando la fórmula

$$\frac{dF^{-1}}{dx} = \frac{1}{\left. \frac{dF}{dy} \right|_{y=F^{-1}(x)}},$$

encuentre la derivada $\frac{dF^{-1}}{dx}$ de la función inversa F^{-1} y compare usando la fórmula de las potencias.

- (4) (20 puntos.)

- (a) Determine la derivada de

$$G(x) = \ln(\ln(\ln x)).$$

- (b) Resuelva la ecuación (*i.e.*, encuentre x en la siguiente ecuación):

$$\text{Log}_2(x^2 + 7) = 4.$$

- (5) (20 puntos.) (*Opcional*). Calcule el polinomio de Taylor de

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

alrededor de $a = 1$. (*Hint*: $f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2}(x - a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x - a)^3 + \dots$)