

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
AZCAPOTZALCO

CÁLCULO DIFERENCIAL  
TRIMESTRE: OTOÑO DE 2014.

EXAMEN # 1.  
FECHA: JUEVES 2 DE OCTUBRE DE 2014.  
PROF. JESÚS ADRIÁN ESPÍNOLA ROCHA.

Nombre: \_\_\_\_\_

Instrucciones:

- Son **cinco** problemas, a resolver cinco.
- Tienen **una hora con veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- Cada problema tiene un valor de **20 puntos**. De esta forma no se penalizan de mayor forma los problemas más elaborados.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Eviten la pena de quitarles sus exámenes a uno o varios de ustedes, o a todo el grupo. Gracias.
- **EXPLÍQUEN SUS RESPUESTAS A DETALLE**. Es decir, ¡muestren que han aprendido! Esto para recibir el puntaje total de cada problema. **Problema sin explicar será no tendrá puntos**.

---

PROBLEMAS

- (1) (20 puntos.) Usando la definición de derivada, calcule la función derivada de la siguiente función para  $x = -1$ :

$$f(x) = x^3.$$

Explique cada paso que efectúe, diciendo qué propiedades (de límites o de álgebra) está usando.

- (2) (20 puntos.) Encuentre la ecuación de la recta **perpendicular** a la gráfica de siguiente la función en  $x = \pi$ .

$$g(x) = \sin x.$$

- (3) (20 puntos.) Calcule la derivada de la función:

$$h(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x} + \sin x\right).$$

- (4) (20 puntos.) Calcule la segunda derivada de  $y$  (como función de  $x$ ), en el punto  $(x, y) = (1, 1)$ , si  $y$  está dada en forma implícita por

$$x^4 - 32x^2y^2 + y^4 = -1.$$

ESCOJA EL PROBLEMA (5) O EL PROBLEMA (6).

- (5) (20 puntos.) Una pizza tiene un costo de 1 centavo por gramo, y una densidad de 1 gr/cm<sup>2</sup>.

- ¿Cuánto cuesta una pizza de 20cm de radio?
- ¿Cuánto cuesta una pizza de 21cm de radio?
- ¿Cuánto fue el incremento en costo de la pizza de 20cm a la de 21 cm?
- Usando la aproximación lineal, aproxime el incremento en costo de la pizza de 20cm a una de 21cm.

Note que este costo es el área del anillo de radios 20 y 21 cm.

(Hint: La función a considerar es la función de área :  $A(r) = \pi r^2$ . Se aproxima alrededor de  $r_0 = 20$ . El incremento es de  $\Delta r = 1$  cm. Tiene que aproximar  $A(r_0 + \Delta r) - A(r_0)$ ).

- (6) (20 puntos.) Una partícula se mueve a lo largo del eje  $x$ , de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$x(t) = t^3 - 12t^2 + 36t,$$

donde la posición  $x$  está en metros y  $t$  en segundos.

- Encuentre la velocidad  $v(t)$  para el movimiento de esta partícula.
- Encuentre la aceleración  $a(t)$  para el movimiento de esta partícula.
- ¿Cuándo la partícula se mueve hacia adelante? ¿Cuándo hacia atrás?
- ¿Cuándo la partícula se acelera? ¿Cuándo frena?

(Hint: Recuerde que "frenar" significa que aceleración y velocidad tienen signos opuestos. Y que "acelerar" significa que tienen mismos signos.)