UAM-Azc. CBI. Departamento de Ciencias Básicas

Evaluación Global de Cálculo Diferencial. Turno Matutino 14O.

*** Todas las respuestas deben mostrar su procedimiento.

*** Los alumnos que presentan una sola parte deberán resolver los cuatro problemas de esa parte.

***Los alumnos que presentan el global deberán resolver únicamente los problemas marcados con *** de las tres partes.

SOLUTION KEY.

Primera Parte

1.***(10 puntos) Derivar: a) $y = 3x^2\cos^2(3x^2)+1$ y b) $r(x)=\sqrt{\dfrac{4-3x^2}{x}}$

2.***(15 puntos) Obtener las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la curva $x\,sen\,2y = y\cos 2x$ en el punto $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$.

3.*** (10 puntos) Una placa en forma de triángulo equilátero se expande con el tiempo. Cada lado aumenta a razón de 2 *mm/min*. ¿Con qué rapidez crece el área, cuando cada lado mide 40 *mm* ?

4. En el instante t *min* la posición de un móvil es $S=\frac{1}{3}t^3-3t^2+8t-1$ *dm*
   a) Determinar la aceleración cuando su velocidad es cero.
   b) ¿Cuándo se desplaza hacia delante y cuándo hacia atrás?
   c) ¿Cuál es su posición cuando su velocidad es de 3 *dm/min* ?

Segunda Parte

1. Sea $f(x)=\dfrac{9-x^2}{x^2-4}$ encontrar:
   a) Dominio, raíces y paridad.
   b) Asíntotas horizontales y verticales.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   e) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión
   f) Esbozo gráfico, máximos y/o mínimos absolutos y rango.

2. ***(15 puntos) Se tienen 24 cm^2 de material para construir una caja de base dos veces más larga que ancha, con tapa. Suponiendo que no hay desperdicio en su construcción ¿cuál es la mayor capacidad que puede contener?

3. ***(10 puntos) Encontrar los máximos y mínimos, locales y absolutos, de la función $f(x)=-2\,sen(x)-sen^2(x)$ en el intervalo $[-\pi,\pi]$.

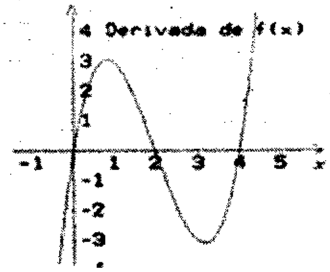
4. A continuación se muestra la gráfica de la **derivada de** $f(x)$, esto es $f'(x)$.

   Para la función original $f(x)$ determinar sus:

   a) los intervalos de crecimiento y decrecimiento,

   b) los intervalos de concavidad y

   c) máximos, mínimos y puntos de inflexión.



Tercera Parte

1. a) Obtener la derivada mediante derivación logarítmica de $y=\dfrac{x\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{3x^3-8}}$.

   b)***(10 puntos) Obtener la derivada de $y=\arctan(\log_{10}x^2)$.

2. Considerando la función $f(x)=3-2x-x^2$ en el intervalo donde es decreciente, obtener $f^{-1}(x)$ determinando su dominio, rango o imagen y esbozo gráfico.

3.***(20 puntos) Para la función $f(x)=\dfrac{1-x}{e^x}$ determinar:

   a) Dominio, raíces y paridad.
   b) Asíntotas.
   c) Puntos críticos y su clasificación.
   d) Intervalos donde crece y donde decrece.
   e) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
   f) Esbozo gráfico, rango y máximos y mínimos absolutos.

4.***(10 puntos) Determinar el polinomio de Taylor de tercer orden para $f(x)=\ln(1+x)$ en $a=0$ y con ese polinomio estimar $\ln(1.3)$.

UAM-A. Examen Global Cálculo Diferencial.

Lunes, 15 de diciembre 2014

$$\cancel{y = 3x^2\cos^2(3x^2)+1}$$

① (a) $\frac{dy}{dx} = 6x\cos^2(3x^2) + 3x^2\, 2\cos(3x^2)(-\sin(3x^2))\,6x + 0$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = 6x\cos^2(3x^2) - 36x^3\cos(3x^2)\sin(3x^2)}$$

(b) $\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right)^{-1/2}\frac{d}{dx}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right) =$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right)^{-1/2}\frac{x(-6x)-(4-3x^2)}{x^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{4-3x^2}}\;\frac{-6x^2-4+3x^2}{x^2}$$

$$\boxed{\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2}\,\frac{-3x^2-4}{\sqrt{4-3x^2}\;x^{3/2}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{4-3x^2}}\left(-3-\frac{4}{x^2}\right)$$

② Chequemos primero que el punto pasa por la curva:

$x\sin 2y = \frac{\pi}{4}\sin\left(2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\pi}{4}\sin\pi = 0$ ✓

$y\cos 2x = \frac{\pi}{2}\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ✓

Derivación implícita: de $x\sin(2y) = y\cos(2x)$

$\cancel{1\sin 2x}\;\; 1\sin 2y + x\cos(2y)\,2y' = y'\cos(2x) - 2y\sin(2x)$

$\Rightarrow y'\left(2x\cos(2y) - \cos(2x)\right) = -\left(\sin(2y) + 2y\sin(2x)\right).$

Evaluando en $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$:

$$y'\left(2\frac{\pi}{4}\cos\left(2\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right) = -\left(\operatorname{sen}\left(2\frac{\pi}{2}\right) + 2y\operatorname{sen}\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}(-1) - 0\right) = -\left(0 + 2\frac{\pi}{2}\cdot 1\right).$$

$$y'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi \Rightarrow \boxed{y' = 2}$$

La pendiente de la recta tangente a la curva en $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ es: $\boxed{m_t = 2}$.

y la pendiente de la recta normal:

$$\boxed{m_n = -\frac{1}{2}}$$

Y las ecuaciones correspondientes son

$$\boxed{y - \left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$$ Ecuación de la recta tangente

$$\boxed{y - \left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}.$$ Ecuación de la recta normal

$$y = 2x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{y = 2x}$$

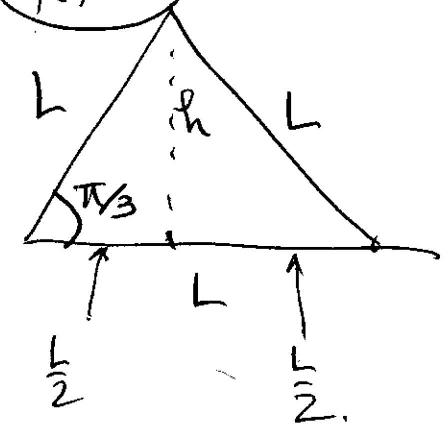
Ecuación de la recta tangente

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}.$$

$$\boxed{y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{8}\pi}$$

Ecuación de la recta normal

③ ***



h es la altura, ~~y mide~~:

$$h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = L^2,$$

por el T. de Pitágoras

$$\Rightarrow h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3}{4}L^2$$

$$\boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2}L}$$

El área del triángulo es $A = \frac{b\,h}{2} = \frac{L\,h}{2} = \frac{1}{2}L \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}L$

$$\boxed{A = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2}$$

Así

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2}L\frac{dL}{dt}$$

Sabemos que: $\frac{dL}{dt} = 2\ \mathrm{mm/min}$.

y que: $L = 40\ \mathrm{mm}$.

Entonces:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40\,\mathrm{mm}\ 2\ \mathrm{mm/min}$$

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = 40\sqrt{3}\ \mathrm{mm^2/min}}$$

4. $S = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t - 1$ dm → Posición

$S'(t) = \cancel{3}\, t^2 - 6t + 8$ → Velocidad

$S''(t) = 2t - 6 = 2(t-3)$ → Aceleración

(a) Velocidad es cero

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

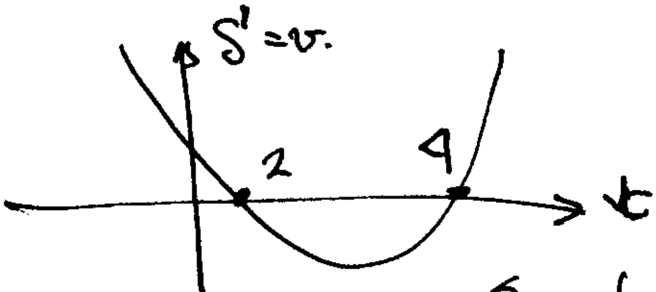
$$(t-4)(t-2) = 0$$

en $t_1 = 2$ y $t_2 = 4$.

Aceleración $S''(t_1) = 4 - 6 = \boxed{-2}$ dm/min^2

y $S''(t_2) = 8 - 6 = 2$ dm/min^2

(b) Se desplaza hacia adelante cuando $S'(t) > 0$



i.e. $t \in (-\infty, 2)$

y $t \in (4, \infty)$.

Se desplaza hacia atrás cuando: $S' < 0$ i.e. $t \in (2, 4)$

(c) Si $v = 3 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 3 \Rightarrow$

$t^2 - 6t + 5 = 0$ $\cancel{(t-3)(t-2) = 0}$

$(t-5)(t-1) = 0 \Rightarrow t_3 = 1$, $t_4 = 5$

$S(t_3) = \frac{1}{3} - 3 + 8 - 1 = \frac{13}{3}$ dm

$S(t_4) = \frac{1}{3}(125) - 3 \cdot 25 + 40 - 1$

$\Rightarrow 4 \equiv S(t_4) = \frac{17}{3} = \frac{125}{3} - 36 = \frac{125 - 108}{3}$

Segunda parte:

1). $f(x) = \dfrac{9-x^2}{x^2-4} = \dfrac{(3-x)(3+x)}{(x-2)(x+2)}$.

(a) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{2,-2\}$.

Raíces $9-x^2=0 \Rightarrow x_1 = 3, \quad x_2 = -3$

Es una función par: $f(-x) = \dfrac{9-(-x)^2}{(-x)^2-4} = \dfrac{9-x^2}{x^2-4}$
$= f(x)$

(b) Asíntotas horizontales.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{9-x^2}{x^2-4} = \lim_{x\to\infty} \frac{9/x^2 - 1}{1 - 4/x^2} = \frac{0-1}{1-0} = -1$$

También $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{9-x^2}{x^2-4} = \frac{0-1}{1-0} = -1$

$\therefore$ $\boxed{y = -1}$
Es una asíntota horizontal

Tiene dos asíntotas verticales:
$$\boxed{\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}}$$

(c) Puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)(-2x) - (9-x^2)2x}{(x^2-4)^2} =$$

$$= \frac{-2x^3 + 8x - 18x + 2x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{-10x}{(x^2-4)^2}.$$

$= 5 =$

(i) Los puntos donde $f'(x)=0$ solo hay uno:

$$\boxed{x_1=0}$$

(ii) Los puntos donde $f'(x)$ ~~=~~ no está definida son $x=\pm 2$, pero $\notin \mathrm{Dom}(f)$.

Entonces, no cuentan.

(iii) El dominio no tiene fronteras cerradas.

Así, solo hay un punto crítico $\boxed{x=0}$

(d) Como $f'(x)<0$ si $x>0$ $\Rightarrow f \searrow$ en $(0,\infty)$

y $f'(x)>0$ si $x<0$ $\Rightarrow f \nearrow$ en $(-\infty,0)$.

Entonces $f(x_1)$ es un ______ local:

(e) $$f''(x) = \left(\frac{-10x}{(x^2-4)^2}\right)' = \frac{(x^2-4)^2(-10) - 10x(2)(x^2-4)2x}{(x^2-4)^4}$$

$$= \frac{-10(x^2-4)^2 - 40x^2(x^2-4)}{(x^2-4)^4}$$

$$= \frac{-10(x^2-4)\left[(x^2-4)+4x^2\right]}{(x^2-4)^4} =$$

$$= -10\,\frac{5x^2+4}{(x^2-4)^3}$$

y $f''>0$ si $x^2-4<0$

$f''<0$ si $x^2-4>0$

Así:

$f'' > 0$, si $-2 < x < 2$

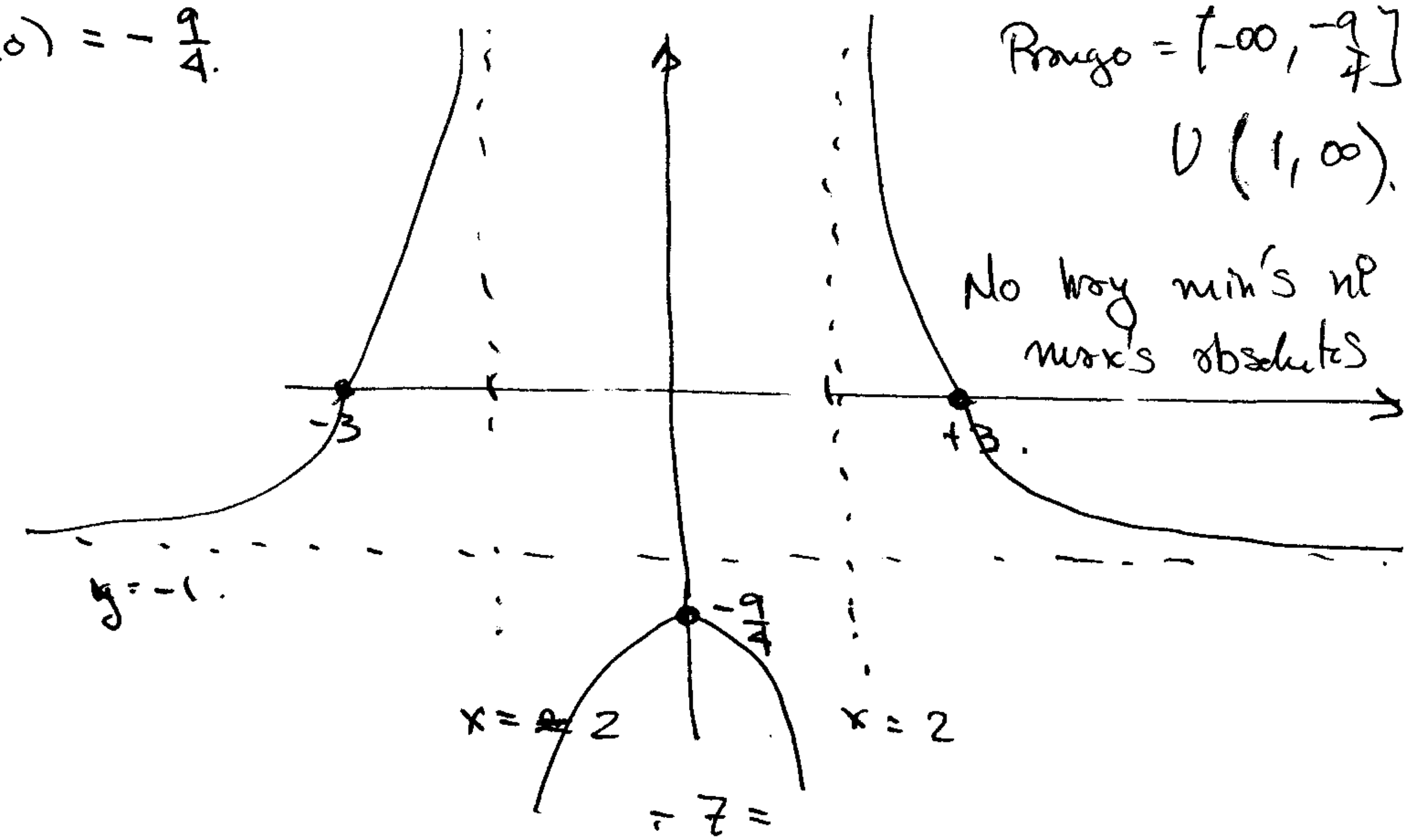
$f'' < 0$, si $x < -2$ ó $x > 2$

* Cóncava hacia arriba en $-2 < x < 2$
((Convexa)) $(-2, 2)$

* Cóncava hacia abajo en ~~x<2~~ $x < -2$ ó $x > 2$
((Cóncava)) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$.

* Por tanto, los puntos de cambio de concavidad ocurren en $x = -2$.
y $x = 2$.

$f(0) = -\frac{9}{4}$.



Rango $= [-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (1, \infty)$.

No hay min's ni max's absolutos

2 Área: $A_0 = 24\ cm^2$.

***

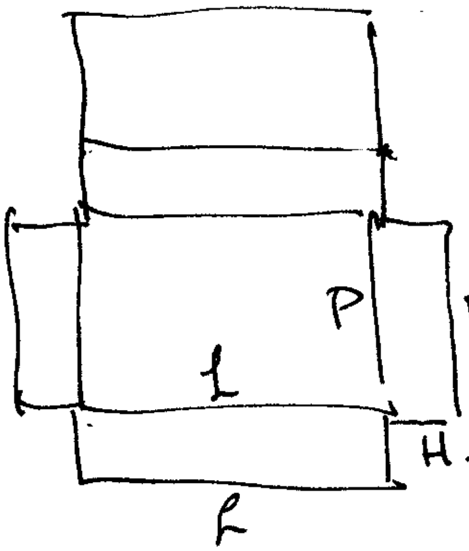
~~Base~~ ℓ = largo.

P = profundo - ancho;

H = altura;

Volumen = $\ell \cdot P \cdot H$.

$$\ell = 2P. \quad \text{(Largo 2 veces el ancho)}$$



$$\text{Área} = 2\cdot \ell P + 2HP + 2H\ell$$

$$= 2(\ell P + HP + H\ell)$$

$$= 2(2P^2 + HP + H\cdot 2P)$$

Pero Área $= A_0 = 24\ cm^2$

$$\Rightarrow \quad 2P^2 + 3HP = \frac{A_0}{2} = 12\ cm^2 = a_0.$$

$$\Rightarrow \quad HP = \frac{a_0 - 2P^2}{3}$$

$$H = \frac{a_0 - 2P^2}{3P} = \cancel{a_0 - 2}$$

Así:

$$\text{Volumen} = V(P) = \ell \cdot P \cdot H = (2P)\cdot P \cdot \frac{a_0 - 2P^2}{3P}$$

$$V(P) = \frac{2}{3}P(a_0 - 2P^2).$$

~~=8=~~

$\text{Dom}(H) = \{ P \in \mathbb{R} \mid a_0 - 2P^2 > 0, \text{ y } P > 0$
i.e: $\sqrt{\frac{a_0}{2}} > P > 0 \}$.

$\text{Dom } V(P) = \{ P \in \mathbb{R} \mid P > 0 \text{ y } a_0 - 2P^2 > 0$
$P > 0 \text{ y } 0 < P < \sqrt{\frac{a_0}{2}} \}$.

Entonces $V'(P) = \frac{d}{dP}\left(\frac{2P}{3} a_0 - 4\frac{P^3}{3} \right)$

$= \frac{2}{3} a_0 - 4P^2$.

$V'(P_0) = 0 \Rightarrow \frac{2a_0}{3} - 4P_0^2 = 0 \Rightarrow \frac{a_0}{3} - 2P_0^2 = 0$

$\Rightarrow P_0^2 = \frac{a_0}{6} \Rightarrow P_0 = \sqrt{\frac{a_0}{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}$ cm

$V''(P_0) = -8P . \Rightarrow V'' < 0$, pues $P > 0$

$\Rightarrow$ Cóncava hacia abajo

$\Rightarrow V(P_0) =$ máximo local

$$H = \frac{12 - 2\cdot 2}{3\cdot\sqrt{2}} = \frac{12-4}{3\sqrt{2}} = \frac{8}{3\sqrt{2}}.$$

$L = 2P_0 = 2\sqrt{2}$. Entonces:

$$V = L\cdot P\cdot H = (2\sqrt{2})(\sqrt{2})\cdot\frac{8}{3\sqrt{2}} = \boxed{\frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3}.$$

3. ***

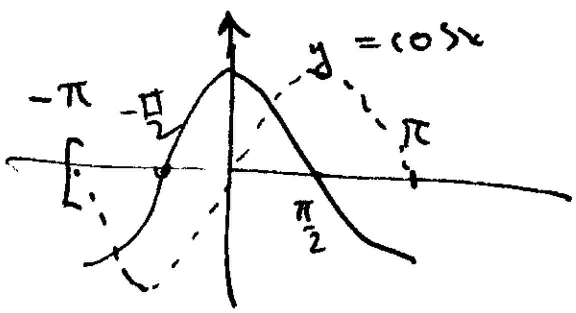
$$f'(x) = -2\cos x - 2\sin x\cos x$$

$$= -2(1+\sin x)\cos x$$

Pues: $1+\sin x \geq 1-1 = 0$ $\Rightarrow$: Signo de f' se determina por $-\cos x$:

* $f'(x) < 0$ si $-\cos x < 0$, i.e.: $\cos x > 0$

$\Rightarrow$ $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Como $\sin x = -1$ solo en $x = \frac{3\pi}{2}$ o $x = -\frac{\pi}{2}$, entonces no hay problema en el intervalo.



Entonces $f' \downarrow$ en $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Así $f'(x) > 0$ $\Rightarrow$ si $x \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(+\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

Así $f' \nearrow$ en $\left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

~~Min loc f = f(−π)~~

Max loc f $= f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2(-1) - (-1)^2 = 2 - 1 = 1$.

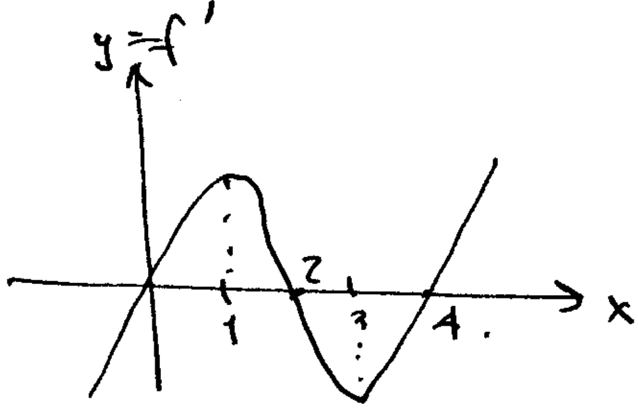
Min loc f $= f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2(1) - (1)^2 = -3$

~~Max loc f = f(+π)~~

Como además $f(\pi) = 0$
$f(-\pi) = 0$

Entonces
$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Max abs } f = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ \text{Min abs}(f) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3\end{array}}$$

4.



$f' > 0$, si $x \in (0, 2)$
$x \in (4, \infty)$

$\Rightarrow f \nearrow$ si $x \in (0,2) \cup (4,\infty)$

y $f' \searrow$ si $x \in (-\infty, 0) \cup (2,4)$

$f'' > 0$, si $f' \nearrow \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

Aquí es cóncava hacia arriba
(convexa).

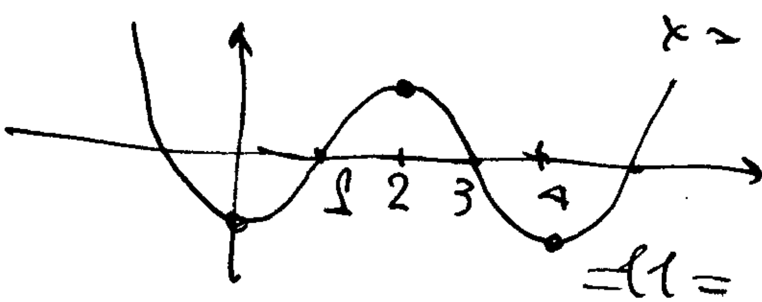
$f'' < 0$, si $f' \searrow \Rightarrow x \in (1, 3)$

Aquí es cóncava hacia abajo
(cóncava).

~~En $x = 1$, $f'(1) = 0$, $f''($~~

En $x = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) > 0$, Mín local $f(0)$
$x = 2$, $f'(2) = 0$ $f''(2) < 0$: Máx local $f(2)$
$x = 4$, $f'(4) = 0$ $f''(4) > 0$, Mín local. $f(4)$

Puntos de inflexión: $x = 1$
$x = 3$



=11=

TERCERA PARTE.

1) (a) $\log y = \log x + \frac{1}{2}\log(4-x^2) - \frac{1}{3}\log(3x^3-8)$.

Entonces:

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}\,\frac{(-2x)}{4-x^2} - \frac{1}{3}\,\frac{9x^2}{3x^3-8}$$

$$\boxed{y' = \frac{x\,(4-x^2)^{1/2}}{(3x^3-8)^{1/3}}\left[\frac{1}{x} - \frac{x}{4-x^2} - \frac{3x^2}{3x^3-8}\right]}$$

(b) $$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+(\log_{10} x^2)^2}\cdot\frac{1}{(\ln 10)\cancel{x^2}}\cdot 2x$$

$$= \frac{2}{x\,(1+(\log_{10}(x^2))^2}\cdot\frac{1}{\ln(10)}$$

2) ~~$f(x) = -2x - 2x =$~~

$f(x) = 3 - 2x - x^2$

$f'(x) = -2 - 2x = -2(x+1)$.

$f'(x) < 0$, si $x+1>0 \Rightarrow f \searrow$ en $x > -1$.

$\text{Dom}(f) = (-1, +\infty)$

$\Rightarrow \text{Rng}(f) = (-1, +\infty)$

Tenemos $y = 3 - 2x - x^2$.

Entonces $x^2 + 2x + (y-3) = 0$

Chicharronera:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(y-3)}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{1-(y-3)}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{1 - y + 3}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{4-y}$$

Si $y = 0$, por ejemplo: $x = -1 \pm 2$:

Si "+" $\Rightarrow$ $x = -1 + 2 = 1$,

y dicho punto está en el dominio

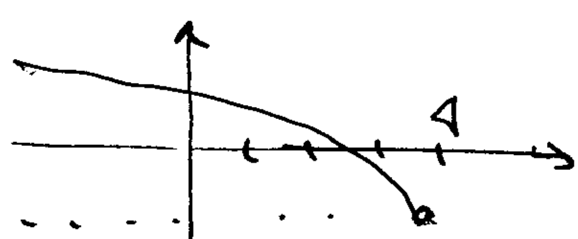
Podemos escoger "+":

$$x = -1 + \sqrt{4-y}$$

Así $\boxed{y = f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{4-x}}$ es la función inversa

Dom $(f^{-1}) = \{x < 4\}$

Range $(f^{-1}) = (-1, \infty)$.



3) (a) $Dom(f) = \mathbb{R}$.

XXX

$f(x) = 0$, si $x = 1$

$f(x)$ __no__ es par ni impar.

(b) No tiene asíntotas ~~horizontales~~ verticales,

Así $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1-x}{e^x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-1}{e^x} = 0$.

L'Hôpital

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1-x}{e^x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}(1-x) = "\infty\cdot\infty"$

$= \infty$.

Solo tiene una $\boxed{\text{asíntota horizontal } y=0.}$

~~para~~ $x \to \infty$.

(c) Como $Dom(f) = \mathbb{R}$, no hay pts frontera

~~Como~~ $f(x) = e^{-x}(1-x)$

$f'(x) = -e^{-x}(1-x) + e^{-x}(-1)$.

$= -e^{-x}((1-x)+1) = \dfrac{2-x}{-e^{+x}}$

$$\boxed{f'(x) = \frac{x-2}{e^{+x}}}$$

Como $Dom(f') = \mathbb{R} \to x = 2$, $f'(2) = 0$ único punto crítico.

$f(2) = \frac{1-2}{e^2} = -\frac{1}{e^2}$

Como: $f'(x) = e^{-x}(x-2)$

(e)

$$f''(x) = -e^{-x}(x-2) + e^{-x}$$

$$= -e^{-x}\big((x-2)-1\big) = -e^{-x}(x-3)$$

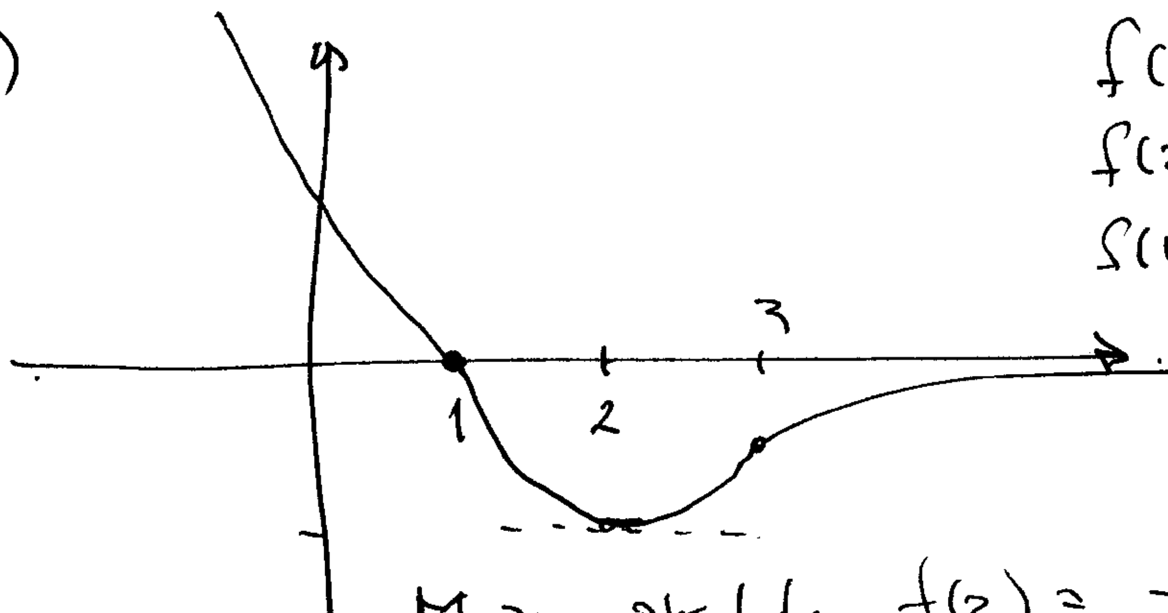
$$= \frac{x-3}{e^{-x}}.$$

Asi $f'' > 0$, $x > 3$, f cóncava hacia arriba (convexa)

$f'' < 0$, $x < 3$, f cóncava hacia abajo (cóncava).

y $\underline{x=3}$ es el único punto de inflexión.

(f)



$f(0) = 1$

$f(2) = -e^{-2} < 0$

$f(1) = 0$

Min absoluto $f(2) = -e^{-2}$

Rango $= [-2, \infty)$

~~No hay más~~ min's o máx's

No hay Máx absoluto..

=FS=

4)

$$f(x) = \ln(1+x) \qquad f(0) = \ln 1 = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x} \qquad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = -\frac{1}{(1+x)^2} \qquad f''(0) = -1$$

$$f'''(x) = \frac{+2}{(1+x)^3} \qquad f'''(0) = +2$$

Entonces, alrededor de $a = 0$

$$f(x) \cong f(0) + f'(0)(x) + \frac{1}{2} f''(0)(x-0)^2 + \frac{1}{3!} f'''(0)(x-0)^3$$

$$= 0 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3!}2x^3 + \dots$$

$$\boxed{\ln(1+x) \simeq x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3}$$

$$\ln(1{,}3) = \ln(1+x)\Big|_{x=\frac{3}{10}} = \frac{3}{10} - \frac{1}{2}\frac{9}{100} + \frac{1}{3}\frac{1}{1000}$$

$$\cong 0.3 - 0.045 + 0.00333$$

$$\boxed{\ln(1{,}3) \simeq 0.348333\dots}$$