

Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco

Trimestre Invierno 2015.

Examen # 2.

Lunes 16 de marzo de 2015.

Nombre: _____

- Tienen 80 minutos para resolver este examen.
 - *Máximo de puntos que pueden recibir:* 100 puntos.
 - Muestren todos sus cálculos y **EXPLIQUEN** brevemente el desarrollo. Si *no hay explicación, no habrá puntos.*
 - **Deben simplificar** todas las expresiones que encuentren.
 - Este **examen** cuenta 33% de su calificación final.
-

1. **(10 puntos)** Usando la definición de derivada, calcule la derivada de $f(x) = x^2$.
2. **(10 puntos)** Calcule la antiderivada de $g(x) = xe^{-x^2}$.
3. **(20 puntos)** Dos conejos (hembra y macho) fueron llevados a una isla desierta en Australia el día 16 de marzo de 1815. Cien años después, el 16 de marzo de 1915, se hizo un conteo de la cantidad de conejos y se encontraron 1,048, 576 conejos en la isla. Suponiendo que la población de conejos crece sin restricciones, *i.e.*, de acuerdo a la ley de Malthus,

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P,$$

responda a las siguientes preguntas.

- (a) Calcule la tasa de crecimiento, α .
 - (b) ¿Cuánto tiempo se tarda la población en duplicarse?
 - (c) ¿Cuál es la población actual?
4. **(20 puntos)** Resuelva el problema de valores iniciales

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dt^2} + 8\frac{dy}{dt} - 9y &= 0, \\ y(1) &= 1, \\ y'(1) &= 1\end{aligned}$$

5. **(20 puntos)** Encuentre la solución general de la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^4y}{dt^4} - 16y = 0.$$

6. **(20 puntos)** Si el Wronskiano de $f(t)$ y $g(t)$ es $3e^{4t}$, y si $f(t) = e^{2t}$, encuentre $g(t)$.

7. Encuentre α tal que $\phi_1(t) = t^2 - \alpha t + 1$ y $\phi_2(t) = t^2 + t$ sean linealmente dependientes.

8. **(20 puntos)** Encuentre una ecuación diferencial cuya solución general sea

$$y(t) = C_1 e^{t/4} + C_2 e^{-3t}.$$

9. Encuentre la solución general de el siguiente problema de valores iniciales asociado a la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} + 6 \frac{dy}{dt} + 13y &= 0, \\ y(0) &= 0, \\ y'(0) &= 1, \end{aligned}$$