

## Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco

Trimestre Primavera 2015.

Examen # 1.

Miércoles 3 de junio de 2015.

Nombre: \_\_\_\_\_

- Tienen 80 minutos para resolver este examen.
  - *Máximo de puntos que pueden recibir:* 100 puntos.
  - Muestren todos sus cálculos y **EXPLIQUEN** brevemente el desarrollo.
  - Si *no hay explicación* entonces *no habrá puntos*.
  - **Deben simplificar** todas las expresiones que encuentren.
  - Este **examen** cuenta 40% de su calificación final.
- 

1. (20 puntos) Resuelva la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - 3t^2}{ty - t^3y^{-1}},$$

2. (20 puntos) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} - y &= e^{2t}y^3, \\ y(0) &= 1.\end{aligned}$$

3. (20 puntos) Usando y haciendo todo el desarrollo del método de variación de parámetros, resuelva el problema de valores iniciales:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} + 2y &= -2e^{2t}, \\ y(0) &= 1.\end{aligned}$$

4. (20 puntos) Resuelva la ecuación diferencial:

$$(2x^2 + y) + (x^2y - x) \frac{dy}{dx} = 0.$$

5. (20 puntos) El día 3 de junio de 1915, fue encontrada una cantidad de 2000 gramos de cierto material radioactivo Fu. El día de hoy, el 3 de junio de 2015, queda un residuo de 500 gramos de dicho material. Suponiendo que la masa de dicho material se pierde de acuerdo a la ley de decaimiento radioactivo,

$$\frac{dM}{dt} = -kM,$$

donde  $M(t)$  es la masa de Fu al tiempo  $t$ , responda a las siguientes preguntas.

- Calcule la constante de decaimiento,  $k$ . (No usar calculadora para aproximar. De valor exacto).
- ¿Cuánto tiempo se tarda la masa en decaer a la mitad? (Éste tiempo se llama *vida media*).
- ¿Cuál será la masa de Fu el día 3 de junio de 2115?

(*Hint:* No use la calculadora. De esta forma, le darán valores de números enteros en (b) y (c)).