

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
AZCAPOTZALCO
INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO
TRIMESTRE: OTOÑO DE 2015.

EXAMEN # 1.
FECHA: MARTES 20 DE OCTUBRE DE 2015

Nombre: _____

Instrucciones:

- El examen consta de **CINCO** problemas, cada uno de 20 puntos,
- Tienen **una hora con veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Eviten la pena de quitarles sus exámenes.
- **EXPLÍQUEN SUS RESPUESTAS A DETALLE. Problema sin explicación vale cero puntos.**

PROBLEMAS

(1) **(20 puntos.)** Sea $\tan x = 1$ con $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Determine $\sin x$ y $\cos x$. Explique cada paso que efectúe, diciendo qué propiedades (de álgebra o de trigonometría) está usando. (*Hint:* Aquí $\sin x$ y $\cos x$ son números irracionales).

(2) **(20 puntos.)** Evalúe $\cos \frac{\pi}{12}$. (*Hint:* Recuerde que $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$).

(3) **(20 puntos.)** Sea $\tan x = 1$ con $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Determine $\sin x$ y $\cos x$. Explique cada paso que efectúe, diciendo qué propiedades (de álgebra o de trigonometría) está usando. (*Hint:* Aquí $\sin x$ y $\cos x$ son números irracionales).

(4) **(20 puntos.)** Evalúe $\cos \frac{\pi}{12}$. (*Hint:* Recuerde que $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$).

(5) **(20 puntos.)** Grafique el polinomio

$$P(x) = (x + 4)^2(x + 3)^3x(x - 1)(x - 2)$$

(6) **(20 puntos.)** Grafique el polinomio

$$P(x) = (x + 4)(x + 3)x(x - 1)^3(x - 2)^2$$

(7) **(20 puntos.)** Grafique el polinomio

$$P(x) = (x + 4)^2(x + 3)x(x - 1)(x - 2)^2$$

(8) **(20 puntos.)** Resuelva la ecuación

$$4x = 2|x| - 2$$

(9) **(20 puntos.)** Resuelva la ecuación

$$x = 2|x| - 4$$

(10) **(20 puntos.)** Resuelva la ecuación

$$x = 4|x| - 2$$

(11) **(20 puntos.)** Resuelva la desigualdad

$$(12) \frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{2}$$

(13)

$$2x \leq 2|x| - 4$$

(14) **(20 puntos.)** Grafique las siguientes funciones.

(a) $y = x^4$.

(b) $y = x^4 - 1$

(c) $y = (x - 2)^4$

(d) $y = (x - 2)^4 - 1$

(e) Grafique en el mismo plano cartesiano $y = x^4$ y $y = (x/2)^4$, y etiquételas.

- (15) (20 puntos). Grafique las siguientes funciones.
- $y = x^{2/3}$. ¿Cuál es su dominio?
 - $y = x^{2/3} + 3$
 - $y = (x - 2)^{2/3}$
 - $y = (x - 2)^{2/3} - 3$
 - Grafique en el mismo plano cartesiano $y = x^{2/3}$ y $y = \frac{1}{2}x^{2/3}$, y etiquételas.
- (16) (20 puntos). Grafique las siguientes funciones.
- $y = x^{1/3}$. ¿Cuál es su dominio?
 - $y = x^{1/3} + 3$
 - $y = (x - 2)^{1/3}$
 - $y = (x - 2)^{1/3} - 3$
 - Grafique en el mismo plano cartesiano $y = x^{1/3}$ y $y = \frac{1}{2}x^{1/3}$, y etiquételas.
- (17) (20 puntos). Grafique las siguientes funciones.
- $y = x^{3/2}$. ¿Cuál es su dominio?
 - $y = x^{3/2} + 3$
 - $y = (x - 2)^{3/2}$
 - $y = (x - 2)^{3/2} - 3$
 - Grafique en el mismo plano cartesiano $y = x^{3/2}$ y $y = \frac{1}{2}x^{3/2}$, y etiquételas.
- (18) Encuentre el dominio y rango de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$.
- (19) Encuentre el dominio y rango de la función $f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{9 - x^2}$.
- (20) Encuentre el dominio y rango de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}$.
- (21) Encuentre el dominio y rango de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$.
- (22) (20 puntos). Encuentre el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 5x - 6}}$.
- (23) (20 puntos). Encuentre el dominio de la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$.
- (24) (20 puntos). Encuentre el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$.
- (25) Determine el periodo de la función $f(x) = -\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$. Ahora, sobre un periodo, grafique $f(x)$. Etiquete los ejes, la función y marque en el eje- x los ceros de $f(x)$.
- (26) (20 puntos). Cada una de las siguientes funciones es par, impar o ninguna de las dos. Identifíquelas y argumente por qué lo son.
- $f(x) = x^2 + \cos x - x$.
 - $f(x) = x^3 + \sin x - x$
 - $f(x) = x^2 + \cos x - 1$
- (*) **FÓRMULAS.**
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
 - $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 - $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 - $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$.
 - $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$.