

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
AZCAPOTZALCO  
INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO  
TRIMESTRE: OTOÑO DE 2015.

EXAMEN # 2.  
FECHA: VIERNES 26 DE NOVIEMBRE DE 2015

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- El examen consta de **SEIS** problemas, cada uno de 20 puntos. Se calificar sobre 100 puntos.
- Tienen **una hora con veinticinco (85)** minutos para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Evíten la pena de quitarles sus exámenes.
- **EXPLÍQUEN SUS RESPUESTAS A DETALLE. Problema sin explicación vale cero puntos.**

**PROBLEMAS**

- (1) (**20 puntos.**) Sea  $\cos x = \frac{3}{5}$ , donde  $x \in [-\pi, 0]$ . Determine  $\sin x$  y  $\tan x$ .
- (2) (**20 puntos.**) Considere un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  inscrito en un cono recto de radio  $R = 1\text{m}$ , y altura  $H = 2\text{m}$ . Escriba el volumen del cilindro únicamente en términos de la altura  $h$  del cilindro. (*Hint:* Use el Teorema de Tales:  $\frac{b}{r} = \frac{H}{R}$  y la relación  $b = H - h$ . Ver la figuras).

- (3) (**20 puntos.**) Calcule el límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{2x^2 + x^3}$$

- (4) (**20 puntos.**) Considere la función

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{x^3 - x}$$

Encuentre:

- (a) Su dominio.
  - (b) Ceros (raíces), intersección con el eje  $y$ , paridad.
  - (c) Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
  - (d) Hacer un esquema de la gráfica.
  - (e) Además, Rango, intervalos de monotonía, intervalos donde  $f(x) \geq 0$ .
- (5) (**20 puntos.**)

- (a) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} mx - 1 & x < 1 \\ -mx + 3 & x > 1 \end{cases}$$

Encuentre el valor de  $m$  para que el límite,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , exista.

- (b) Considere la función

$$g(x) = \begin{cases} -|x - 1| + 2 & x \neq 1 \\ 4 & x = 1 \end{cases}$$

¿Es la función  $g(x)$  continua en  $x = 1$ ?

- (6) (**20 puntos.**) Calcule el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan(3x)}{x \sec(x)}$$

(\*) **FÓRMULAS.**

- (a)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .
- (b)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- (c)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- (d)  $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ .
- (e)  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ .