UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
CÁLCULO DIFERENCIAL
TRIMESTRE: PRIMAVERA DE 2017.

EXAMEN # 1.
FECHA: VIERNES 2 DE JUNIO DE 2017

Nombre: ANSWER KEY

Instrucciones:

- El examen consta de **CINCO** problemas, cada uno de 20 puntos,
- Tienen **una** hora con **veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Eviten la pena de quitarles sus exámenes.
- Escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. Simplifique sus respuestas. Muestre sus cuentas, **ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **sin explicación, desarrollo o argumento** vale **CERO** puntos.

PROBLEMAS

(1) **(20 puntos.)** Usando al definición, calcule la función derivada de

$$f(x) = -\sqrt{x+3}.$$

(2) **(20 puntos.)** Encuentre la recta normal a la curva

$$x \sin 2y = y \cos 2x,$$

en el punto $(\pi/4, \pi/2)$, primero verificando que dicho punto se encuentra en la curva.

(3) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de

$$f(x) = x \tan(2\sqrt{x}) + 7.$$

(4) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de

(a) $f(x) = \dfrac{x^3+7}{x}$.

(b) $F(x) = \dfrac{\tan x}{x} + \dfrac{x}{\tan x}$.

(5) **(20 puntos)**. La ley de los gases ideales involucra la presión (P), el volumen (V) y la temperatura (T) de un gas y las relaciona de la siguiente manera:

$$PV = kT,$$

en donde k es la constante de Boltzman. Si la temperatura $T = T_0$ es constante, calcule la razón de cambio de la presión cuando cambia el volumen.

Cálculo Diferencial EXAMEN #1-A Viernes 2 de junio 2017

(1) We have to compute: $f'(x)$ using the definition

$$f(x+h)-f(x) = \left(-\sqrt{x+h+3}\right) - \left(-\sqrt{x+3}\right)$$

$$= -\left(\sqrt{x+h+3} - \sqrt{x+3}\right)$$

$$= -\left(\sqrt{x+h+3} - \sqrt{x+3}\right)\frac{\left(\sqrt{x+h+3} + \sqrt{x+3}\right)}{\left(\sqrt{x+h+3} + \sqrt{x+3}\right)}$$

$$= -\frac{\left((x+h+3)-(x+3)\right)}{\sqrt{x+h+3} + \sqrt{x+3}}$$

$$= -\frac{h}{\sqrt{x+h+3} + \sqrt{x+3}}$$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = -\frac{1}{\sqrt{x+h+3} + \sqrt{x+3}}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = -\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h+3}+\sqrt{x+3}} = \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+3}}$$

i.e. $\boxed{f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x+3}}}$

(2) At the point $(\pi/4, \pi/2)$:

$$x\sin(2y) = \frac{\pi}{4}\sin\left(2\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}\sin\pi = 0$$

and $y\cos(2x) = \frac{\pi}{2}\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

The equation holds and the point is in the curve.

We compute the derivative, implicitly,

$$\frac{d}{dx}(x \sin 2y) = \frac{d}{dx}(y \cos 2x)$$

i.e.

$$\frac{d(x)}{dx} \sin 2y + x \frac{d}{dy}(\sin 2y) \cdot \frac{dy}{dx} =$$

$$= \frac{dy}{dx} \cos 2x + y \frac{d}{dx}(\cos 2x)$$

i.e.

$$\sin 2y + x(2\cos 2y)\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \cos 2x + y(-2\sin 2x)$$

Then:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(2x\cos 2y - \cos 2x\right) = -2y\sin 2x - \sin 2y$$

i.e., the implicit derivative is:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{2y \sin 2x + \sin 2y}{\cos 2x - 2x\cos 2y}}$$

At $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, we get the slope of the tangent line

$$m_{Tang} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})} = \frac{2(\frac{\pi}{2})\sin(2\frac{\pi}{4}) + \sin(2\frac{\pi}{2})}{\cos(2(\frac{\pi}{4})) - 2\frac{\pi}{4}\cos(2\frac{\pi}{2})}$$

$$= \frac{\pi \sin(\pi/2) + \sin\pi}{\cos(\pi/2) - \frac{\pi}{2}\cos\pi} = \frac{\pi + 0}{0 + \frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad m_{Tang} = 2$$

The slope of the normal is $m = -\frac{1}{m_{tang}} = -\frac{1}{2}$

Hence, the equation of the normal is:

$$\boxed{y - \frac{\pi}{2} = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$$

or $y = -\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}$ i.e. $\boxed{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5\pi}{8}}$

(3). Calculate:

$$\frac{df}{dx}(x) = \frac{d}{dx}\left(x\tan(2\sqrt{x}) + 7\right) = \left(\frac{dx}{dx}\right)\tan(2\sqrt{x}) + x\frac{d}{dx}(\tan 2\sqrt{x}) + \frac{d7}{dx}$$

$$= 1\cdot\tan(2\sqrt{x}) + x\frac{d}{dW}(\tan W)\left.\frac{dW}{dx}\right|_{W=(2\sqrt{x})}, \text{ by chain rule.}$$

$$= \tan(2\sqrt{x}) + x\left.\left(1+\tan^2 W\right)\right|_{W=2\sqrt{x}}\frac{d}{dx}(2\sqrt{x})$$

$$= \tan(2\sqrt{x}) + x\left(1+\tan^2(2\sqrt{x})\right)\cdot\frac{2}{2\sqrt{x}}$$

i.e.

$$\boxed{\frac{df}{dx} = \tan(\sqrt{2x}) + \sqrt{x}\left(1+\tan^2(2\sqrt{x})\right)}$$

(4) Calcule la derivada de

(a) $\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3+7}{x}\right) = \frac{d}{dx}\left(x^2 + \frac{7}{x}\right) = \frac{d}{dx}(x^2) + 7\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)$

$$= 2x - \frac{7}{x^2}$$

(6) $\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\tan x}{x} + \frac{x}{\tan x}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{\tan x}{x}\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\tan x}\right)$

$$= \frac{x(\tan x)' - (\tan x)x'}{x^2} + \frac{(\tan x)(x)' - x(\tan x)'}{\tan^2 x}$$

$$= \frac{x(1+\tan^2 x) - \tan x}{x^2} + \frac{\tan x - x(1+\tan^2 x)}{\tan^2 x}$$

$$\boxed{\frac{dF}{dx} = \left(x(1+\tan^2 x) - \tan x\right)\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\tan^2 x}\right)}$$

(5) We require to solve for P:

$$P = \frac{kT}{V}$$

Then, we are required to compute:

$$\frac{dP}{dV} = \frac{d}{dV}\left(\frac{kT}{V}\right) = kT\frac{d}{dV}\left(\frac{1}{V}\right)$$, since k, T are constants

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dV} = -\frac{kT}{V^2}}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
CÁLCULO DIFERENCIAL
TRIMESTRE: PRIMAVERA DE 2017.

EXAMEN # 1.
FECHA: VIERNES 2 DE JUNIO DE 2017

Nombre: ANSWER KEY.

Instrucciones:

- El examen consta de **CINCO** problemas, cada uno de 20 puntos,
- Tienen **una** hora con **veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Eviten la pena de quitarles sus exámenes.
- Escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. Simplifique sus respuestas. Muestre sus cuentas, **ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **sin explicación, desarrollo o argumento** vale **CERO** puntos.

PROBLEMAS

(1) **(20 puntos.)** Usando al definición, calcule la función derivada de

$$g(x) = \sqrt{8 - x}.$$

(2) **(20 puntos.)** Encuentre la recta normal a la curva

$$y = 2\sin(\pi x - y),$$

en el punto $(1, 0)$, primero verificando que dicho punto se encuentra en la curva.

(3) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de

$$g(x) = \sqrt{7 + \frac{x}{\cos x}}.$$

(4) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de

(a) $g(x) = \dfrac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$.

(b) $G(x) = \dfrac{\cos x}{x} + \dfrac{x}{\cos x}$.

(5) **(20 puntos)**. Una ley de *seudo*-gases ideales involucra la presión (P), el volumen (V) y la temperatura (T) de un gas y las relaciona de la siguiente manera:

$$PV^2 = kT$$

en donde k es una *seudo*-constante de Boltzman. Si la temperatura $T = T_0$ es constante, calcule la razón de cambio de la presión cuando cambia el volumen.

Cálculo Diferencial UAM-Azcapotzalco | Viernes 2 de junio de 2017

Examen #1-B

(1) Compute the derivative of $g(x) = \sqrt{8-x}$.

$$g(x+h) - g(x) = \sqrt{8-(x+h)} - \sqrt{8-x}$$

$$= \left(\sqrt{8-(x+h)} - \sqrt{8-x}\right)\frac{\left(\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}\right)}{\left(\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}\right)}$$

$$= \frac{(8-(x+h)) - (8-x)}{\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}}$$

$$= \frac{-h}{\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}}$$

$$\frac{g(x+h)-g(x)}{h} = \frac{-1}{\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}}$$

thus:

$$\frac{dg}{dx}(x) = \lim_{h\to 0} \frac{g(x+h)-g(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-1}{\sqrt{8-(x+h)} + \sqrt{8-x}} = \frac{-1}{\sqrt{8-x} + \sqrt{8-x}}$$

$$\boxed{\frac{dg}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{8-x}}}$$

(2) At the point $(1,0)$,

$$y = 0$$

and

$$2\sin(\pi x - y) = 2\sin(\pi - 0) = 2\sin\pi = 0$$

The equation holds and the point is at the curve.

Implicit differentiation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(2\sin(\pi x - y)\right)$$

i.e.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dw}(2\sin w)\,\frac{dw}{dx}\Big|_{w=(\pi x - y)}$$

$$= 2\cos w\Big|_{w=(\pi x - y)} \frac{d}{dx}(\pi x - y)$$

$$= 2\cos(\pi x - y)\left(\pi - \frac{dy}{dx}\right)$$

Solving for $\frac{dy}{dx}$

$$\left(1 + 2\cos(\pi x - y)\right)\frac{dy}{dx} = 2\pi\cos(\pi x - y)$$

Hence:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{2\pi\cos(\pi x - y)}{1 + 2\cos(\pi x - y)}}$$

At $(1,0)$, this is the slope of the tangent line:

$$m_{Tang} = \frac{dy}{dx}\Big|_{(1,0)} = \frac{2\pi\cos(\pi - 0)}{1 + 2\cos(\pi - 0)} = \frac{2\pi(-1)}{1-2} = 2\pi.$$

The normal line has the slope: $m_N = \frac{-1}{m_{Tang}} = \frac{-1}{2\pi}$

and the equation is of the normal line:

$$y - 0 = -\frac{1}{2\pi}(x - 1) \quad \text{i.e.} \quad \boxed{y = -\frac{1}{2\pi}(x-1)}$$

$$\text{or} \quad \boxed{y = -\frac{1}{2\pi}x + \frac{1}{2\pi}}$$

(3) Compute the derivative:

(a) $\frac{dg}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\sqrt{7+\frac{x}{\cos x}}\right) = \frac{d}{dx}\left((w)^{\frac{1}{2}}\Big|\frac{dw}{dx}\Big|_{w=7+\frac{x}{\cos x}}\right)$

$$= \left(\frac{1}{2}\frac{1}{w^{1/2}}\Big|_{w=\sqrt{7+\frac{x}{\cos x}}}\right)\frac{d}{dx}\left(7+\frac{x}{\cos x}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\left(7+\frac{x}{\cos x}\right)^{1/2}}\cdot\left(\frac{d7}{dx}+\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\cos x}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\cos x}{7\cos x+x}\right)^{1/2}\left(0+\frac{\cos x\,(x)'-x(\cos x)'}{\cos^2 x}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\cos^{1/2} x}{(7\cos x+x)^{1/2}}\left(\frac{\cos x+x\sin x}{\cos^2 x}\right)$$

i.e.

$$\frac{dg}{dx} = -\frac{(\cos x+x\sin x)}{(7\cos x+x)^{1/2}(\cos x)^{3/2}}$$

---

(4) Compute the derivative of:

$$\frac{dg}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+5x+1}{x^2}\right) = \frac{d}{dx}\left(1+\frac{5}{x}-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{d1}{dx}+5\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 0+5\frac{d}{dx}(x^{-1})-\frac{d}{dx}(x^{-2}) = -5x^{-2}-(-2)x^{-3})$$

i.e. $$\boxed{\frac{dg}{dx} = -\frac{5}{x^2}+\frac{2}{x^3}}$$

(5) We have to solve the eq'n $PV^2 = kT$ for P:

$$P = \frac{kT}{V^2}$$

and compute:

k, T, constants

$$\frac{dP}{dV} = \frac{d}{dV}\left(\frac{kT}{V^2}\right) = kT\frac{d}{dV}\left(\frac{1}{V^2}\right) = kT\left(\frac{-2}{V^3}\right)$$

i.e.: $$\boxed{\frac{dP}{dV} = -\frac{2kT}{V^3}}$$

(3b) $$\frac{dG}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\cos x}{x} + \frac{x}{\cos x}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{\cos x}{x}\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\cos x}\right)$$

$$= \frac{x(\cos x)' - (\cos x)x'}{x^2} + \frac{\cos x\,(x)' - x(\cos x)'}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{-(x\sin x + \cos x)}{x^2} + \frac{\cos x + x\sin x}{\cos^2 x}$$

$$\boxed{\frac{dG}{dx} = (x\sin x + \cos x)\left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
CÁLCULO DIFERENCIAL
TRIMESTRE: PRIMAVERA DE 2017.

EXAMEN # 1.
FECHA: **VIERNES 2 DE JUNIO DE 2017**

Nombre: ANSWER KEY.

Instrucciones:

- El examen consta de **CINCO** problemas, cada uno de 20 puntos,
- Tienen **una** hora con **veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Evíten la pena de quitarles sus exámenes.
- Escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. Simplifique sus respuestas. Muestre sus cuentas, **ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **sin explicación, desarrollo o argumento** vale **CERO** puntos.

PROBLEMAS

(1) **(20 puntos.)** Usando al definición, calcule la función derivada de
$$h(x) = -\sqrt{x-9}.$$

(2) **(20 puntos.)** Encuentre la recta normal a la curva
$$x^2\cos^2 y - \sin y = 0$$
en el punto $(0, \pi)$, primero verificando que dicho punto se encuentra en la curva.

(3) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de
$$h(x) = \left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2.$$

(4) **(20 puntos.)** Calcule la derivada de
(a) $h(x) = \dfrac{x+6}{x^3}$.
(b) $H(x) = \dfrac{\sin x}{x} + \dfrac{x}{\sin x}$.

(5) **(20 puntos)**. Una ley de *seudo*-gases ideales involucra la presión (P), el volumen (V) y la temperatura (T) de un gas y las relaciona de la siguiente manera:
$$P^3V = kT$$
en donde k es una *seudo*-constante de Boltzman. Si la temperatura $T = T_0$ es constante, calcule la razón de cambio del volumen cuando cambia la presión.

Cálculo Diferencial Examen # 1-C | Viernes, 2 de junio de 2017

(1) Using definition, compute the derivative of $h(x) = -\sqrt{x-9}$

$$h(x+h)-h(x) = \left(-\sqrt{(x+h)-9}\right)-\left(-\sqrt{x-9}\right)$$

$$= -\frac{\left(\sqrt{x+h-9}-\sqrt{x-9}\right)\left(\sqrt{(x+h)-9}+\sqrt{x-9}\right)}{\left(\sqrt{(x+h)-9}+\sqrt{x-9}\right)}$$

$$= -\left(\frac{(x+h-9)-(x-9)}{\sqrt{(x+h)-9}+\sqrt{x-9}}\right)$$

$$= -\left(\frac{h}{\sqrt{x+h-9}+\sqrt{x-9}}\right)$$

Now

$$\frac{h(x+h)-h(x)}{h} = -\frac{1}{\sqrt{x+h-9}+\sqrt{x-9}}$$

Therefore:

$$h'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{h(x+h)-h(x)}{h} = -\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h-9}+\sqrt{x-9}} = \frac{-1}{\sqrt{x-9}+\sqrt{x-9}}$$

Then: $\boxed{h'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{x-9}}}$

---

(2). At the point: $(0,\pi)$

$$x^2\cos^2 y - \sin y = 0^2\cdot\cos^2\pi - \sin\pi =$$

$$= 0 - 0$$

$$= 0$$

the eq'n holds, and then the point is at the curve

=1=

We need to compute an implicit derivative:

$$\frac{d}{dx}\left(x^2\cos^2 y - \sin y\right) = 0$$

$$\left(\frac{d}{dx}x^2\right)\cos^2 y + x^2\frac{d}{dx}\left(\cos^2 y\right) - \frac{d}{dx}(\sin y) = 0$$

$$2x\cos^2 y + x^2\frac{d}{dy}\left(\cos^2 y\right)\frac{dy}{dx} - \frac{d}{dy}(\sin y)\frac{dy}{dx} = 0$$ by chain rule.

$$2x\cos^2 y + x^2\frac{d}{dw}(w^2)\bigg|\frac{dw}{dy}\bigg|_{w=\cos y}\frac{dy}{dx} - \cos y\frac{dy}{dx} = 0.$$

$$2x\cos^2 y + x^2\, 2w\frac{d}{dy}\cos y\,\frac{dy}{dx} - \cos y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2x\cos^2 y + 2x^2(\cos y)(-\sin y)\frac{dy}{dx} - \cos y\frac{dy}{dx} = 0$$

Solving for $\frac{dy}{dx}$:

$$2x\cos^2 y - \left(2x^2\cos y\sin y + \cos y\right)\frac{dy}{dx} = 0$$

i.e. $$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{2x\cos^2 y}{\cos y\,(2x^2\sin y + 1)}}$$

At $(0,\pi)$, this is the slope of the tangent line:

$$\frac{dy}{dx}\bigg|_{(0,\pi)} = \frac{2\cdot 0\cdot\cos^2(\pi)}{\cos\pi\,(2\cdot 0^2\cdot\sin\pi + 1)} = \frac{0}{(-1)(1)} = 0$$

Then, the tangent is horizontal $y = \pi$.

The vertical implies $x = \text{const}$ there, $x = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$
Y-axis

③ Compute the derivative of:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2 = \frac{d}{dW}(W^2)\cdot\frac{dW}{dx}\Big|_{W=\frac{\sin x}{1+\cos x}}$$

$$= 2W\cdot\frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right) = 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\frac{(1+\cos x)(\sin x)'}{(1+\cos x)^2}$$

$$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\frac{(1+\cos x)(\sin x)' - \sin x(1+\cos x)'}{(1+\cos x)^2}$$

$$= 2\,\frac{\sin x}{(1+\cos x)^3}\Big((1+\cos x)(\cos x) - \sin x(-\sin x)\Big)$$

$$= 2\,\frac{\sin x}{(1+\cos x)^3}\left(\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x\right)$$

$$= 2\,\frac{\sin x}{(1+\cos x)^3}\left(\cos x + 1\right)$$

then.

$$\boxed{\frac{dh}{dx} = 2\,\frac{\sin x}{(1+\cos x)^2}}$$

④ Compute.

(a) $\frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x+6}{x^3}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^3}\right) = \frac{d}{dx}(x^{-2}) + 6\frac{d}{dx}(x^{-3})$

$= -2x^{-3} + 6(-3)x^{-4} \Rightarrow \boxed{\frac{dh}{dx} = -\frac{2}{x^3} - \frac{18}{x^4}}$

(b) $\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{x}\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{\sin x}\right)$

$$= \frac{x(\sin x)' - \sin x\,(x')}{x^2} + \frac{\sin x\,(x)' - x(\sin x)'}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{x\cos x - \sin x}{x^2} + \frac{\sin x - x\cos x}{\sin^2 x}$$

i.e.

$$\frac{dH}{dt} = (x\cos x - \sin x)\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

---

(5) From the equation $P^3 V = kT$, we have to solve for V:

$$V = \frac{kT}{P^3}$$

and compute $\frac{dV}{dP}$:

since: k, T, are constants

$$\frac{dV}{dP} = \frac{d}{dP}\left(\frac{kT}{P^3}\right) = kT\frac{d}{dP}\left(P^{-3}\right) = -3kTP^{-4}$$

Then:

$$\boxed{\frac{dV}{dP} = \frac{-3kT}{P^4}}$$
