UAM – Azcapotzalco | Ecuaciones Diferenciales | V.. Febrero 9, 2018

Quiz #3

Por favor, JUSTIFIQUE, explique, desarrolle sus respuestas, Muestre todos sus cuentas y cálculos.

1) Discretize la ecuación diferencial:
(es decir, escriba el método de Euler)

$$\frac{dy}{dt} = t - y^2, \quad y(0) = 1.$$

((considere un paso Δt sin valor determinado)

2) Dibuje la línea fase y bosqueje varias soluciones de la Ec. Dif:

$$\frac{dy}{dt} = \cos y$$

---

1) Si discretizamos el tiempo:

$$t_{k+1} = t_k + \Delta t,$$

entonces podemos discretizar la Ec. Dif.

$$\frac{y(t_{k+1}) - y(t_k)}{t_{k+1} - t_k} = t_k - (y(t_k))^2$$

Si llamamos $y_k = y(t_k)$,

entonces tenemos $\dfrac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} = t_k - (y_k^2)$

Entonces $\boxed{y_{k+1} = \Delta t\left(t_k - y_k^2\right) + y_k}$

Es el esquema de Euler $\quad k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

② Los soluciones de equilibrio cumplen

$$\cos y = 0$$

Entonces

$$y = \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \dots$$

Dos intervalos típicos son

$$\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \text{ y } \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right);$$

pues el periodo de $\cos y$ es 2π.

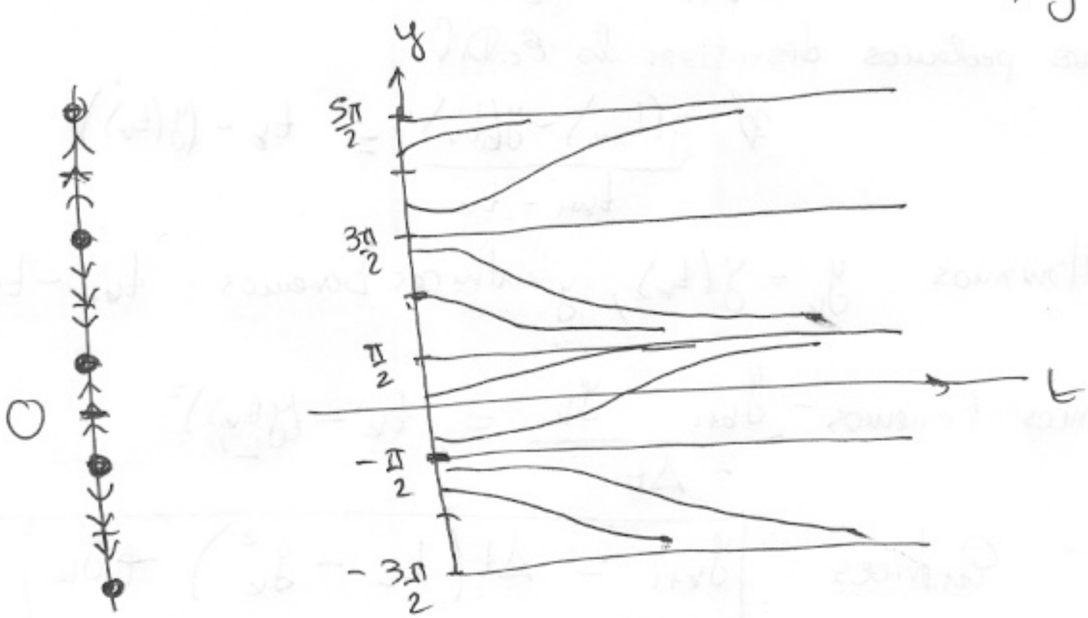
Ahora

$$\cos y < 0 \text{ en } \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dt} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow y \searrow$ decreciente.

$$\cos y > 0 \text{ en } \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dt} > 0$$

$\Rightarrow y \nearrow$ creciente



UAM - Azcapotzalco | Ecuaciones Diferenciales | V. Feb 9. 2018

Quiz #3

Por favor, JUSTIFIQUE, explique, desarrolle sus respuestas. Muestre todos sus cuentos y cálculos

1) Discretize la ecuación diferencial.
(es decir, escriba el método de Euler).

$$\frac{dy}{dt} = t - y^2 , \quad y(0) = 1$$

(Considere un paso Δt arbitrario).

2). Dibuje la línea fase y bosqueje varias soluciones de la Ec. Dif.:

$$\frac{dw}{dt} = (1-w)\sin w$$

1) Si discretizamos el tiempo: $t_{k+1} = \Delta t + t_k$, podemos discretizar la Ec. Dif.:

$$\frac{y(t_{k+1}) - y(t_k)}{t_{k+1} - t_k} = t_k - (y(t_k))^2 .$$

Si llamamos $y_k = y(t_k)$, y como $t_{k+1} - t_k = \Delta t$.

entonces tenemos: $$\frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} = t_k - (y_k)^2$$

Entonces: $$\boxed{y_{k+1} = \Delta t \left(t_k - y_k^2 \right) + y_k} \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$$

es el esquema del Método de Euler.

(2) Las soluciones de equilibrio son tales que

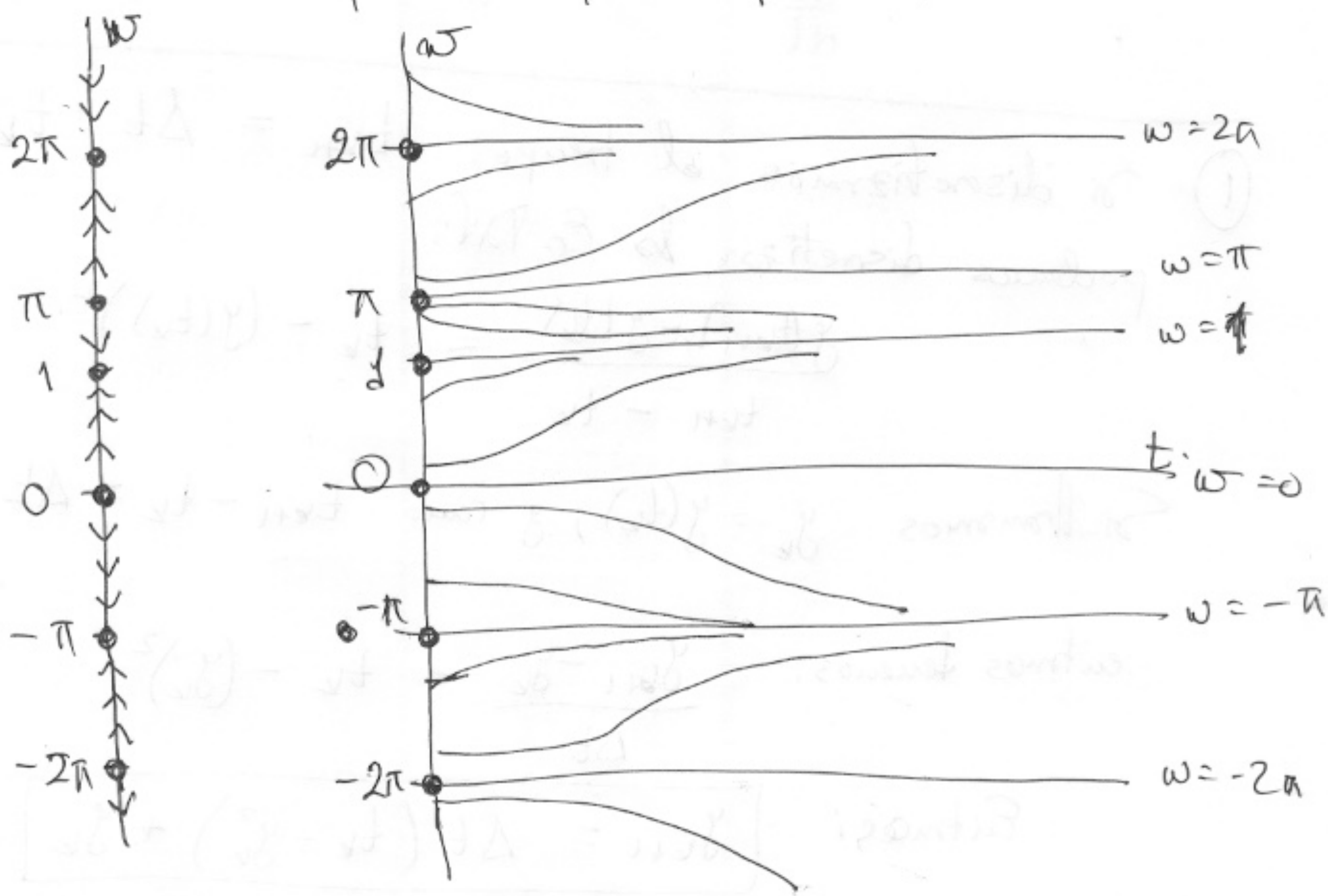
$$f(w) = (1-w)\sin w = 0$$

Entonces, las soluciones de equilibrio son:

$$w = \ldots, -3\pi, -2\pi, -\pi, 0, 1, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

En los intervalos

$w \in$	$(-3\pi, -2\pi)$	$(-2\pi, -\pi)$	$(-\pi, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \pi)$	$(\pi, 2\pi)$	...
$f(w)$	<0	>0	<0	>0	<0	>0	
$\frac{dw}{dt}$	<0	>0	<0	>0	<0	>0	
$w(t)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	



UAM - AZCAPOTZALCO | ECUACIONES DIFERENCIALES | V. 9 Febrero 2018

Quiz #3

Por favor, JUSTIFIQUE, explique, desarrolle sus respuestas.
Muestre todas sus cuentas y cálculos

Nombre:

(1) Discretice la Ec. Dif.:
(es decir, escriba el método de Euler)

$$\frac{dy}{dt} = t - y^2, \quad y(0) = 1$$

((Considere un paso Δt sin valor determinado)

(2) Dibuje la línea fase y bosqueje varias soluciones de la Ec. Dif.:

$$\frac{dv}{dt} = -v^2 - 2v - 2.$$

(1) Si discretizamos el tiempo: $t_{k+1} = \Delta t + t_k$.
$k = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

podemos discretizar la Ec. Dif.:

$$\frac{y(t_{k+1}) - y(t_k)}{t_{k+1} - t_k} = t_k - (y(t_k))^2.$$

Si llamamos $y_k = y(t_k)$, y como $t_{k+1} - t_k = \Delta t$,
tenemos

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} = t_k - (y_k)^2$$

Entonces, el esquema del método de Euler es

$$\boxed{y_{k+1} = \Delta t\,(t_k - y_k^2) + y_k}$$

② Tenemos la Ec. Dif.:

$$\frac{dv}{dt} = -v^2 - 2v - 2$$

Notemos que: $f(v) = -v^2 - 2v - 2$

$$= -(v^2 + 2v + 1 + 1)$$

$$= -\left[(v+1)^2 + 1\right] < 0$$

siempre

Entonces $\frac{dv}{dt} < 0$, siempre

Entonces $v(t) \downarrow$.