UAM-Azcapotzalco. INTRO AL CÁLCULO | Viernes, Marzo 2, 2018.

Quiz #6 | Nombre: ANSWER KEY.

JUSTIFIQUE y ARGUMENTE sus respuestas. EXPLIQUE mientras desarrolla sus respuestas. Muestre todas sus cuentas y todo su desarrollo también.

1) Evalúe $\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)$. (Hint: Notar que $\frac{7}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$). Dar el valor exacto. (No aproxime).

2) Calcular el límite:

$$\lim_{x \to -3} \frac{x+4}{x^2+4x+3}$$

3) Calcular el límite:

$$\lim_{x \to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}}$$

ANSWER KEY

1) $\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right) = \sin\left(\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \boxed{\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$$

2) $\lim_{x \to -3} \frac{x+4}{(x^2+4x+3)} = \lim_{x \to -3} \frac{(x+4)}{(x+1)(x+3)}$

$$= \lim_{x \to -3} \frac{(x+4)}{x+1} \cdot \lim_{x \to -3} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{-2} \lim_{x \to -3} \frac{1}{x+3}$$

$$= 1 =$$

But $\underbrace{\lim_{x\to -3^-} \frac{1}{x+3} = -\infty}$; $\underbrace{\lim_{x\to -3^+} \frac{1}{x+3} = +\infty}$

Then $\lim_{x\to -3} \frac{1}{x+3}$ does <u>not</u> exist.

i.e. $\boxed{\lim_{x\to -3} \frac{x+4}{x^2+4x+3} \text{ does } \underline{\text{not}} \text{ exist.}}$

(3) $\lim_{x\to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}}$

If we evaluate at $x=4$:

Numerator $= 4-x = 4-4=0$

Denominator $= 5-\sqrt{x^2+9} = 5-\sqrt{16+9}$

$= 5-5=0.$

Then, the undetermined quotient "$\frac{0}{0}$" could be saved
We do the following computations.

$$\lim_{x\to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}} = \lim_{x\to 4} \frac{(4-x)(5+\sqrt{x^2+9})}{(5-\sqrt{x^2+9})(5+\sqrt{x^2+9})}$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(4-x)(5+\sqrt{x^2+9})}{(5^2-(x^2+9))}$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(4-x)(5+\sqrt{x^2+9})}{16-x^2}$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(4-x)(5+\sqrt{x^2+9})}{(4-x)(4+x)}.$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(5+\sqrt{x^2+9})}{(4+x)} = \frac{5+\sqrt{16+9}}{4+4} \Rightarrow \boxed{\lim_{x\to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2-9}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}}$$

$= 2 =$