

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
EXAMEN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES  
Trimestre 18I. Turno vespertino. Abril 11 de 2018.

Alumno:

Matrícula:

Calificación:

El examen global consta de los problemas marcados con (\*). Quien presente una de las partes, deberá resolver todos los problemas correspondientes a esa parte. Los resultados deberán mostrar el procedimiento respectivo. Todos los problemas del examen global tienen el mismo valor.

PRIMERA PARTE

(1\*) Resolver el siguiente problema de valores iniciales

$$(y^2x^2 - e^{2x} + y^2e^{2x} - x^2)dy = (xy^2 + e^{2x} + x + y^2e^{2x})dx, \quad y(0) = 1$$

(2\*) Resolver:  $(ye^x - y^2 \cos x) dx + (2e^x - 3y \operatorname{sen} x) dy = 0$

(3\*) Resolver la ecuación:  $3(1 + x^2)y' = 2xy(y^3 - 1)$

(4\*) Obtener la ecuación de las trayectorias ortogonales a la familia de curvas siguiente:

$$y = \frac{c_1}{1 + x^2}$$

De las trayectorias curcubadas, encuentre la que pasa por el punto (1,0).

SEGUNDA PARTE

(5) Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$y'' + 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 7$$

(6\*) Dada la ecuación diferencial siguiente

$$xy'' - (x+1)y' + y = 0$$

y una solución  $y_1(x) = e^x$ , encontrar su solución general.

(7\*) Resolver la siguiente ecuación:  $y'' + 6y' + 8y = 3e^{-2x} + 2x$

(8\*) Resolver por el método de variación de parámetros:

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$$

### TERCERA PARTE

(9\*) Un cuerpo que pesa 2 kg se sujeta a un resorte, deformándolo 10 cm. Si el cuerpo se pone en movimiento 5 cm arriba de su posición de equilibrio, con una velocidad de 1 m/s, *hacia arriba.*

- Plantear y resolver el problema de valores iniciales.
- Expresar la solución en su forma alternativa.
- Obtener la frecuencia, la amplitud y el período del movimiento, así como la cantidad de ciclos completos realizados en  $5\pi$  segundos.

(10\*) Después que un cuerpo que pesa 10 lb se sujeta a un resorte de 5 pies de largo, el resorte mide 7 pies. Se quita el cuerpo de 10 lb y se le reemplaza por uno de 8 lb; el sistema completo se coloca en un medio que ofrece una resistencia numéricamente igual a la velocidad instantánea. Si el cuerpo se suelta desde un punto que está  $1/2$  pie abajo de la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 1 pie/s,

- Plantear y resolver el problema de valores iniciales.
- Determinar la posición del cuerpo a los 10 s de iniciado el movimiento.

(11\*) A un resorte que pende del techo se le sujeta un cuerpo de 1 kg del extremo inferior, estirándolo 0.098 m. Si el movimiento se inicia desde el reposo, a 0.1 m debajo de la posición de equilibrio y se aplica una fuerza externa dada por  $f(t) = 2 \sin(10t)$ ,

- Plantear y resolver el problema de valores iniciales.
- Determinar la posición del cuerpo a los 20 s de iniciado el movimiento. Indicar si se presenta el fenómeno de resonancia.

*Aquí es obvio!*