UAM-Azcapotzalco. | Ecuaciones Diferenciales Ordinarias | Vie., Sept 28, 2018

Quiz #1 NOMBRE: ANSWER KEY

Instrucciones. Para obtener puntos, describa y explique su procedimiento y razonamiento. Muestre todas sus cuentas. Simplifique sus resultados. Escriba con claridad y orden sus ideas. Responda correctamente

① ¿Es la función $f(t) = t^2 - \frac{1}{t}$ una solución a la Ec. Dif.

$$t^2 \frac{d^2}{dt^2} y = 2t \quad ?$$

② Resuelva la Ec. Dif:

$$\frac{dy}{dt} = 2y + y \sin t$$

SOLUTION SET ①. We should substitute $\phi(t)$ into $t^2 \frac{d^2}{dt^2} y$, and after calculations, get $2t$.

$$t^2 \frac{d^2}{dt^2}\phi = t^2 \frac{d^2}{dt^2}\left(t^2 - \frac{1}{t}\right) = t^2 \frac{d}{dt}\left(2t + \frac{1}{t^2}\right) =$$

$$= t^2\left(2 - \frac{2}{t^3}\right) = 2t^2 - \frac{2}{t} \text{ and } \neq 2t$$

Then, it is not solution

The equation is separable since:

$$\frac{dy}{dt} = 2y + y \sin t$$

$$\frac{dy}{dt} = y(2+\sin t) \quad \text{— product } f(t)\cdot g(y)$$

Then, by the change of variables.

$$\int \frac{1}{y}\, dy = \int (2+\sin t)\, dt.$$

thus.

$$\operatorname{Log} y = 2t - \cos t + C_1.$$

$$y(t) = e^{2t-\cos t + C_1} = e^{C_1} e^{2t-\cos t}$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = C e^{2t-\cos t}}$$

UAM - Azcapotzalco | Ecuaciones Diferenciales Ordinarias | Viernes, Sept 28, 2018.

Quiz # 1 NOMBRE:

Instrucciones: Para obtener puntos, describa y explique su procedimiento y razonamiento. Muestre todas sus cuentas. Simplifique sus resultados. Escriba con claridad y orden sus pasos.
Y responda correctamente.

(4) ¿Es la función $\phi(t) = e^t - t$ una solución de la Ec. Dif:

$$\frac{dy}{dt} + y^2 = e^{2t} + (1-2t)e^t + t^2 - 1 \text{ ?}$$

(2) Resuelva la Ec. Dif.:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{y^2} - \frac{t^2}{y^2}$$

(1) We have to substitute $\phi(t) = e^t - t$ ~~on~~ the left-hand-side and check if we got the right-hand-side of the equation.

$$\frac{d\phi}{dt} + \phi^2 = \frac{d}{dt}\left(e^t - t\right) + \left(e^t - t\right)^2 =$$

$$= (e^t - 1) + e^{2t} - 2te^t + t^2$$

$$= e^{2t} + e^t(1-2t) + t^2 - 1.$$

hence $\phi(t)$ is solution.

(2) Diff Eq $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{y^2} - \frac{t^2}{y^2}$ is separable

since
$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{y^2}\left(1 - t^2\right) = \underbrace{f(t)g(y)}_{\text{Separable}}$$

By the Chain rule

$$\int y^2\,dy = \int (1-t^2)\,dt$$

$$\frac{1}{3}y^3 = t - \frac{1}{3}t^3 + C_1$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \sqrt[3]{3t - t^3 + C_2}}$$

$x_1 =$