UAM-Azcapotzalco | Ecuaciones Diferenciales | Viernes, Octubre 4, 2019

Quiz #4. Nombre: Answer Key

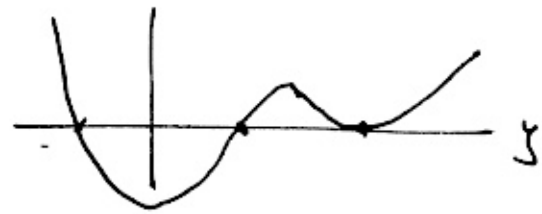
---

1) Escriba la fórmula del Método de Euler para resolver la ecuación diferencial, con valor inicial, siguiente:

$$\frac{dy}{dt} = y^2 - 4t, \quad y(0) = \frac{1}{2}$$

---

2) Bosqueje la línea fase de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} = f(y)$ si $f(y) =$



Clasifique los pts. fijos como fuentes, lavabos o nodos

---

3) Analíticamente, clasifique los puntos fijos de la ecuación diferencial como fuentes, lavabos o nodos.

$$\frac{dy}{dt} = y^4 - y^5$$

Solutions:

1) We know that for $\frac{dy}{dt} = f(y,t)$:

$$y_{k+1} = f(y_k, t_k)\Delta t + y_k.$$

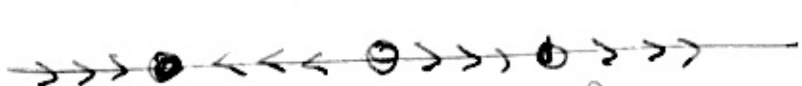
Then

$$\boxed{y_{k+1} = (y_k^2 - 4t_k)\Delta t + y_k}, \quad k = 0, 1, 2 \ldots$$

with given y_0 and Δt

---

2) We have 3 fixed points.



lavabo fuente nodo.

(3) Here, we have $f(y) = y^4 - y^5$

i.e. $f(y) = y^4(1-y)$.

The solutions to $f(y) = 0$

$y^4(1-y) = 0$ are: $y_1 = 0$

$y_2 = 1$

These are the fixed points.

Now $\frac{df}{dy} = 4y^3 - 5y^4$

$= y^3(4-5y)$.

For $y_1 = 0$: $\frac{df}{dy}(y_1) = 0$, so we cannot classify it analytically.

For $y_2 = 1$ $\frac{df}{dy}(y_2) = 1^3(4-5) = -1 < 0$

Then, $y_2 = 1$ is a <u>sink</u>

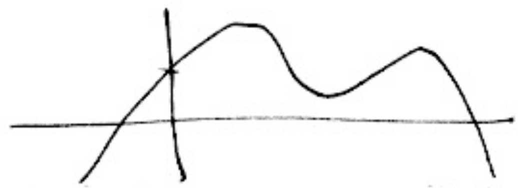
UAM - Azcapotzalco | Ecuaciones Diferenciales | Viernes, Octubre 4, 20

Quiz #4. Nombre: ANSWER KEY

(1) Escriba la fórmula del método de Euler para resolver la ecuación diferencial, con valor inicial, siguiente:

$$\frac{dy}{dt} = t - y^2, \quad y(0) = 1.$$

(2) Bosqueje la línea fase de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} = f(y)$, si $f(y) =$



y

Clasifique los pts. fijos como fuentes, lavabos o nodos.

(3) Analíticamente, clasifique los puntos fijos de la ecuación diferencial como fuentes, lavabos o nodos

$$\frac{dy}{dt} = y^3 - y^2$$

(1) For the general equation $\dot{y} = f(t, y)$, we have

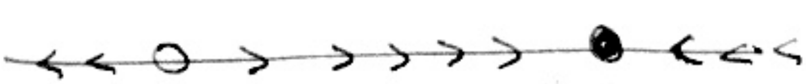
$$y_{k+1} = f(y_k, t_k)\Delta t + y_k, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Here:

$$\boxed{y_{k+1} = (t_k - y_k^2)\Delta t + y_k}, \text{ for } k = 0, 1, 2 \ldots$$

with y_0, Δt given

(2) We have two fixed points:



Source

sink

③ We have: $\frac{dy}{dt} = f(y) = y^3 - y^2$

i.e. $f(y) = y^2(y-1)$.

The fixed points are: $f(y) = 0$

$y^2(y-1) = 0 \Rightarrow$ $y_1 = 0$, $y_2 = 1$.

Now, $\frac{df}{dy} = 3y^2 - 2y = y(3y-2)$.

For $y_1 = 0$:

$\frac{df}{dy}(0) = 0$, so we cannot state if it is a sink or source

For $y_2 = 1$

$\frac{df}{dy}(1) = 1\cdot(3-2) = 1 > 0$

Then, $y_2 = 1$ is a source.