UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
TRIMESTRE: PRIMAVERA DE 2019.

EXAMEN # 1.
FECHA: **VIERNES 11 DE OCTUBRE DE 2019**

Nombre: ____

- El examen consta de **CINCO** problemas de 20 puntos cada uno.
- Por favor **apaguen sus celulares**. Evíten la pena de quitarles sus exámenes.
- Para recibir puntaje, escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. SIMPLIFIQUE. Muestre sus cuentas. **EXPLIQUE, ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **SIN explicación, desarrollo, justificación o argumento** vale **CERO** puntos.

PROBLEMAS

(1) (**20 puntos.**) La función $\varphi(t) = 2t$, ¿es solución de la ecuación diferencial

$$t^2\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + y = 4t?$$

La función $\psi(t) = \sin(2t)$, ¿es solución de la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} + 2\cos(2t) + 4y = 0?$$

(2) (**20 puntos.**) Si $y(t) = e^{t^3}$ es solución de la ecuación diferencial,
Si $y(t) = e^{\tan t}$ es solución de la ecuación diferencial,

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y),$$

encuentre $f(t, y)$.

(3) (**20 puntos.**) Si $y(t) = e^{t^2}$ es solución de la ecuación diferencial,
Si $y(t) = \ln t$ es solución de la ecuación diferencial,

$$\frac{dy}{dt} - 2ty + t + g(y) = 0,$$

$$\frac{dy}{dt} - e^{-y} + t^2 + g(y) = 0,$$

encuentre $g(y)$.

(4) (**20 puntos.**) Resuelva el problema de valores iniciales:

$$\frac{dy}{dt} = 2 - 4y - t + 2ty, \qquad y(0) = 2.$$

$$\frac{dy}{dt} = -2 + 2y + \frac{t}{2} - \frac{ty}{2}, \qquad y(0) = -2.$$

(*Hint:* Compare con el *quiz* # 4 del trimestre Invierno 2018)

(5) (**20 puntos.**) Resuelva el problema de valores iniciales:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{(y-4)(y-1)}, \qquad y(0) = 5/2.$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-1}{y(y+3)}, \qquad y(0) = -3.$$

(*Hint:* Compare con el quiz # 4.)

(6) (**20 puntos.**) Resuelva el problema de valores iniciales

$$t^2\frac{dy}{dt} + 3ty = t^4 \operatorname{Log}|t| + 1, \qquad y(1) = 0.$$

$$t\frac{dy}{dt} + 3y + 2t = 3t^2, \qquad y(1) = 1.$$

(7) (**20 puntos.**) Resuelva el problema de valores iniciales:

$$\tan(t)\frac{dy}{dt} + y = \tan(t), \qquad y(\pi/2) = 2.$$

$$e^{2t}\frac{dy}{dt} + 3e^{2t}y = e^{-t}\sin(t), \qquad y(0) = 1.$$

(8) (**20 puntos.**) Resuelva la ecuación diferencial.

$$(16ty^3 + 8y^4) + (8ty^3 - 1)\frac{dy}{dt} = 0.$$

$$(8y^3 + 1) + 12ty^2\frac{dy}{dt} = 0.$$

(9) (**20 puntos.**) Dibuje la línea fase de la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = y^2 - 4y - 12,$$

$$\frac{dy}{dt} = \cos y,$$

y bosqueje las soluciones con las siguientes condiciones iniciales:

$$y(0) = 1; \quad y(1) = 0; \quad y(0) = 6; \quad y(0) = 5.$$

$$y(0) = 0; \quad y(-1) = 1; \quad y(0) = -\pi/2; \quad y(0) = \pi.$$

(10) (**20 puntos.**) Para la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = y^5 - 3y^3 - 12y,$$

$$\frac{dy}{dt} = -y^5 - y^3 + 2y,$$

(a) encuentre los puntos fijos;
(b) bosqueje la línea fase;
(c) de acuerdo al inciso anterior, clasifique los puntos fijos (es decir, geométricamente determine si son fuentes, lavabos o nodos);
(d) clasifique esos mismos puntos fijos por linealización (es decir, analíticamente; es decir, con el criterio de la primera derivada);
(e) bosqueje las soluciones $y(t)$ con diferentes condiciones iniciales.

(11) (**20 puntos.**) **Deduzca** el esquema del método de Euler para la siguiente ecuación diferencial, con las condiciones iniciales dadas y un paso Δt arbitrario.

$$\frac{dy}{dt} = 2y^3 + t^2, \qquad y(0) = 1.$$

$$\frac{dv}{dt} = 10 - 2v^2, \qquad v(0) = 50.$$

(12) (**10 puntos extra.**) Escriba el esquema numérico del método de Euler para la siguiente ecuación diferencial con las condiciones iniciales dadas y un paso Δt arbitrario.

$$\frac{dy}{dt} = t^2 \cos(2y^2), \qquad y(1) = 2.$$

$$\frac{dv}{dt} = 4\sin(t^3)y, \qquad v(2) = 1.$$