

Quiz # 3 | : Nombre: ANSWER KEY.

Instrucciones: Para recibir puntos:

- 1) Responda correctamente
- 2) Escriba en forma clara y concisa
- 3) Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden.
- 4) Muestre todas sus ventajas. Simplifique.
- 5) Explique, argumente y justifique sus respuestas
- 6) Problemas sin desarrollo, explicación, argumento o justificación, vale cero puntos.

① Resuelva el Problema de Valores Iniciales:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\arcsin x}{y^2 \sqrt{1-x^2}} = 0 \quad / \quad y(0) = 1$$

② La vida media del Carbono 14 es de 5230 años. Determine el valor de la constante de decaimiento

KEY

① This is separable equation: ..

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\arcsin x}{y^2 \sqrt{1-x^2}} \Rightarrow \int y^2 dy = \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Change of variables $u = \arcsin x \quad \frac{du}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\frac{1}{3} y^3 = \int u du \Rightarrow \frac{1}{3} y^3 = \frac{1}{2} u^2 + C_1 \Rightarrow y^3 = \frac{3}{2} (\arcsin x)^2 + C_2$$

if $x=0, y=1$: $1^3 = 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 1$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = \sqrt[3]{\frac{3}{2} (\arcsin x)^2 + 1}}$$

= 1 =

② The half-life of a radioactive substance is a time T , such that the original mass is reduced to half of that mass:

$$M(T) = \frac{M(0)}{2}$$

$$M(0) e^{-kT} = \frac{M(0)}{2}$$

$$\Rightarrow e^{-kT} = \frac{1}{2} \quad \left(\text{then, } T \text{ does not depend on the initial mass } M(0) \right)$$

$$\Rightarrow -kT = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$kT = \log(2) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{1}{T} \log(2)$$

$$\text{Since } T = 5230 \text{ years, } \Rightarrow k \approx \frac{0.693147}{5230 \text{ years}}$$

$$\Rightarrow \boxed{k \approx 1.325329 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{year}}}$$