UAM- AZCAPOTZALCO | ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS | Viernes, Enero 24, 2020

Quiz #4. Nombre: ANSWER KEY.

Instrucciones: Para recibir puntaje:

1) Responda correctamente.
2) Escriba de forma clara y concisa
3) Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden.
4) Muestre todas sus cuentas y simplifique.
5) Explique, argumente y justifique sus respuestas.
6) Problemas sin desarrollo, explicación, argumento o justificación, vale cero puntos (0).

---

(1) Escriba el método de Euler para resolver el siguiente problema de valores iniciales

$$\frac{dy}{dt} = ty - t - y + 1 \; ; \; y(0) = 7.$$

---

(2) Bosqueje la línea-fase para la siguiente ecuación diferencial. Identifique los puntos de equilibrio como fuentes, lavabos o nodos. Bosqueje las gráficas de las soluciones usando la línea fase

$$\frac{dy}{dt} = 4y^3 - 20y^2$$

Usando el criterio de la primera derivada, determine nodos, fuentes y lavabos.

KEY

(1) If the time discretization is $t_n = n\Delta t$ $(n = 0, 1, 2, 3, \dots)$, then:

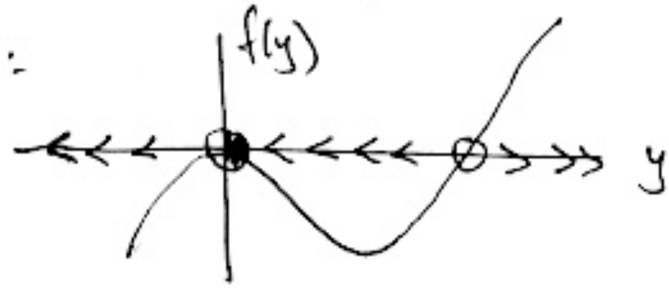
$$\boxed{\begin{gathered} y_{n+1} = (t_n - 1)(y_n - 1)\Delta t + y_n \\ y_0 = 7 \;, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{gathered}}$$

② We have $\frac{dy}{dt} = f(y) = 4y^3 - 20y^2 = 4y^2(y-5)$.

The fixed points satisfy $4y^2(y-1) = 0$, i.e. $f(y) = 0$. Then, we just have two equilibrium solutions.

$$y_1 = 0$$
$$y_2 = 5$$

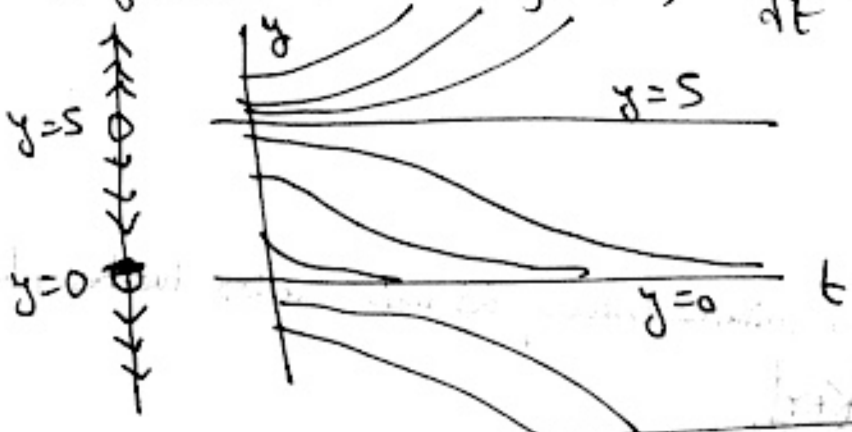
Ploting $f(y)$:



If $y \in (-\infty, 0) \Rightarrow f(y) < 0$, $\frac{dy}{dt} < 0$, $y(t) \searrow$

If $y \in (0, 5) \Rightarrow f(y) < 0$, $\frac{dy}{dt} < 0$, $y(t) \searrow$

If $y \in (5, \infty) \Rightarrow f(y) > 0$, $\frac{dy}{dt} > 0$, $y(t) \nearrow$.



Then, $y_2 = 5$ is a source

$y_1 = 0$ is a node

By the first derivative criterium, $f'(y) = 12y^2 - 40y$

At $y_1 = 0$, $f'(0) = 0$, we cannot determine stability.

At $y_2 = 0$, $f'(5) = 12 \cdot 25 - 40 \cdot 5 = 300 - 200 = 100 > 0$.

Then, $y_2 = 0$ is a source.