

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO  
ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.  
TRIMESTRE: OTOÑO DE 2019: 19-O.

EXAMEN # 1.  
FECHA: VIERNES 31 DE ENERO DE 2020.

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- El examen consta de **CINCO** problemas de 20 puntos para un total de 100 puntos.
- Tienen **una** hora con **veinticinco (25)** minutos para resolverlos.
- **Apaguen sus celulares.** Eviten la pena de quitarles sus exámenes.
- Para recibir puntaje, consteste correctamente, escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. **SIMPLIFIQUE.** Muestre sus cuentas. **EXPLIQUE, ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **SIN desarrollo, justificación o argumento** vale **CERO** puntos.

---

**PROBLEMAS**

- (1) (**20 puntos.**) Resuelva el problema de valores iniciales:

$$\frac{dy}{dt} = t^2y^2 + y^2 + t^2 + 1; \quad y(0) = 2.$$

- (2) (**20 puntos.**) Para la ecuación diferencial,

$$\frac{dy}{dt} = 2y^4 - 8y^2,$$

- (a) Encuentre las soluciones de equilibrio.
- (b) Bosqueje la línea fase.
- (c) Identifique las soluciones de equilibrio como fuentes, lavabos o nodos.
- (d) Describa si las soluciones de equilibrio son estables o inestables.
- (e) Bosqueje varias gráficas de las soluciones usando la línea fase.
- (f) Usando el criterio de la primera derivada (*Teorema de linearización*), determine la estabilidad de las soluciones de equilibrio encontradas en el inciso (2a). Compare con el inciso (2d).

Resuelva el problema 3 o el problema 4.

- (3) (**20 puntos.**) La vida-media del plutonio-238 es 87.7 años. Determine el valor de la constante de decaimiento.
- (4) (**20 puntos.**) En un caluroso día de verano, se compra un *smoothie* sabor fresa. Después de 5 minutos, el *smoothie* está a 1 °C y después de otros 5 minutos está a 6 °C. ¿A qué temperatura le dieron su *smoothie* inicialmente? La temperatura ambiente es de 30 °C.
- (5) Resuelva la siguiente ecuación diferencial usando los siguientes métodos:

$$\frac{dy}{dt} = -2y + 2e^{-2t}.$$

- (a) (**20 puntos.**) Método de la conjetura sensata.
- (b) (**20 puntos.**) Método del factor integrante.