

Quiz # 9: Nombre: ANSWER KEY

Instrucciones: Para recibir puntos:

- 1) Responda correctamente.
- 2) Escriba de forma clara y concisa.
- 3) Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden
- 4) Muestre todas sus cuentas y simplifique
- 5) Explique, argumente y justifique sus respuestas (cero)
- 6) Problemas sin desarrollo, explicación, argumento o justificación, vale 0 puntos

① Resuelva el problema de valores iniciales:

$$2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 32y = 0 ; \quad \begin{aligned} y(0) &= 1 \\ \dot{y}(0) &= -1 \end{aligned}$$

② Haga una propuesta para la solución particular de la ecuación diferencial (no encuentre los constantes):

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 6 \frac{dy}{dt} + 10y = t^5 e^{3t} \cos t.$$

SOLUTION KEY①. We have the equation: $\frac{d^2 y}{dt^2} + 16y = 0$ with solution: $y(t) = C_1 \cos(4t) + C_2 \sin(4t)$ and derivative: $\dot{y}(t) = -4C_1 \sin(4t) + 4C_2 \cos(4t)$

Using initial conditions:

$$1 = y(0) = C_1 \Rightarrow C_1 = 1$$

$$-1 = \dot{y}(0) = 4C_2 \Rightarrow C_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \cos(4t) - \frac{1}{4} \sin(4t)}$$

② We have to solve,

first the homogeneous equation:

$$\frac{d^2 y_h}{dt^2} - 6 \frac{dy_h}{dt} + 10 y_h = 0$$

$$\Rightarrow y_h = e^{rt}$$

$$\Rightarrow r^2 - 6r + 10 = 0$$

$$(r-3)^2 - 9 + 10 = 0 \Rightarrow (r-3)^2 = -1.$$

$$\Rightarrow r_{1,2} = 3 \pm i$$

$$\Rightarrow \boxed{y_h(t) = e^{3t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t)}$$

This eqn is:
1) Linear
2) Homogeneous
3) Constant coeff.

Secondly we propose a trial solution.

$$y_p(t) = e^{3t} (\text{Polynomial}) \cos t + e^{3t} (\text{Polynomial}) \sin t.$$

$$\text{i.e. } y_p(t) = e^{3t} (At^5 + Bt^4 + Ct^3 + Dt^2 + Et + F) \cos t + e^{3t} (Gt^5 + Ht^4 + It^3 + Jt^2 + Kt + L) \sin t$$

However, the part of the solution $F e^{3t} \cos(t) + L e^{3t} \sin(t)$, repeats the soln to the homogeneous soln. this
thus multiply by t :

$$\boxed{y_p(t) = e^{3t} t (At^5 + Bt^4 + Ct^3 + Dt^2 + Et + F) \cos t + e^{3t} t (Gt^5 + Ht^4 + It^3 + Jt^2 + Kt + L) \sin t}$$