Temas selectos de Ingeniería Física:

Sistemas dinámicos y epidemias: Modelación matemática de epidemias de enfermedades infecciosas.

Profesor Jesús Adrián Espínola Rocha: *email:* `jaer@azc.uam.mx`
Departamento de Ciencias Básicas. UAM-Azcapotzalco.

24 de mayo de 2020.

1 Justificación.

Muchos de los fenómenos naturales y sociales presentan una dinámica que es no lineal. Muchos de ellos se presentan en las ciencias y en la ingeniería, por lo que es importante su estudio.

En este curso se pretenden estudiar algunos de estos sistemas sencillos que ayuden a la compresión de sistemas más complicados. Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y los sistemas dinámicos son buenas herramientas y permiten escribir modelos que nos ayuden a entender y describir estos fenómenos no lineales. Así pues, las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) serán la herramienta principal para hacer un estudio no lineal de estos sistemas.

En particular, la propagación de enfermedades infecciosas, volviéndose así una epidemia y, de esta manera, ser un sistema dinámico, se puede describir con el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs). Se puede describir el crecimiento de individuos sanos, infecciosos, susceptibles, recuperados, entre otras categoras. poblacionales relacionadas a la epidemia

Sistemas dinámicos con parámetros pueden dar lugar a bifurcaciones, que en el contexto de epidemias es conocido con el nombre de *brotes epidémicos*. El estudio abstracto de bifurcaciones de puntos críticos de soluciones estacionarias de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) ayuda a explicar los brotes.

Hay otros modelos en los cuales se incluyen los efectos de vacunación en poblaciones y se estudia la atenuación de los contagios o la erradicación de la enfermedad. Otros más incluyen grupos de población. Todos estos son modelos más complejos e importantes, pero es fundamental estudiar primero los modelos más sencillos como se pretende en este curso.

2 Objetivos.

1. Aprender la importancia de los efectos no lineales en fenómenos naturales, en particular, en la propagación de enfermedades infecciosas (epidemias).

2. Aprender qué es un sistema dinámico con EDOs sencillas y clásicas en una y dos dimensiones

3. Estudiar sistemas de EDOs no lineales; linealización, análisis del comportamiento cualitativo; bifurcación de sus soluciones.

4. Estudiar sistemas de EDOs no lineales; aprender a linealizar, a efectuar el análisis del comportamiento cualitativo y aprender a encontrar bifurcaciones de sus soluciones estacionarias.

5. Aprender a modelar matemáticamente modelos sencillos de la propagación de enfermedades infecciosas (modelar epidemias) a través de eEDOs no lineales dependientes de parámetros.
6. Resaltar la importancia de modelos matemáticos de fenmenos naturales en general y de epidemias de enfermedades infecciosas en particular. Esto en relacin a la actual pandemia de covid-19.

3 Pre-requisitos

Se les pide a los estudiantes como pre-requisito tener:

1. un sólido conocimiento de Cálculo Diferencial e Integral, así como también de
2. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
3. Se necesitan también los cursos de Complementos de Matemáticas y Álgebra Lineal: operaciones y álgebra de matrices, cálculo de determinantes y trazas, y de valores y vectores propios de una matriz.
4. El curso de Matemáticas Aplicadas para la Ingeniería (MAPI) es recomendable, no por los contenidos en sí, sino como prctica formativa y experiencia para saber qué es una EDO, qués una solución de una EDO y para resolver EDOs.

4 Temas.

1. Sistemas dinámicos en una dimensión espacial. (Dos semanas).
2. Sistemas dinámicos en dos dimensiones espaciales. (Tres semanas).
3. Bifurcación de soluciones estacionarias de sistemas dinámicos. (Dos semanas).
4. Modelación matemática de epidemias. (Cuatro semanas).

5 Bibliografía.

1. S. Strogatz. *Nonlinear Dynamics and Chaos. With applications to physics, biology, chemistry an engineering.* Westview Press.
2. Hirsh, Smale and Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems & an introduction to Chaos.* Elsevier Academic Press.
3. P. Blanchard, G.R. Hall and R.L. Devaney. *Differential Equations.*
4. H.W. Hethcote. *The mathematics of infectious diseases.* SIAM Review.Vol 42. No. 4. (2000). pp 599-653.
5. W.O. Kermack and A.G. McKendrick. *Contributions to the mathematical theory of epidemics ? I.* (1927). Prog. Roy. Soc. 115A, p 700.
6. Paul Glendinning. *Stability, Instability and Chaos: an introduction to the theory of nonlinear differential equations.* Cambridge University Press
7. Smith and Jordan. *Nonlinear Differential equations: an introduction to dynamical systems.* Oxford University Press
8. Perko. *Differential equations and Dynamical systems.* Springer.