UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO
TRIMESTRE: INVIERNO DE 2020.
CÁLCULO DIFERENCIAL
EXAMEN GLOBAL (FORMA REMOTA).
FECHA: MIÉRCOLES 15 DE JULIO DE 2020.
HORA 13:00. HORA LIMITE DE ENTREGA: 16:30

Nombre: KEY

- Si va a presentar el examen global, responda las preguntas marcadas con **(G)**. Si va a repetir un examen parcial, resuelva dicho examen. Tienen tres horas para resolverlos.
- El examen es **INDIVIDUAL**. Está prohibido recibir ayuda de terceras personas o usar recursos no especificados.
- Pueden usar sus libros, apuntes y una calculadora sencilla o graficador sencillo. Cite cuando use libro, apuntes o su calculadora. Si salen fracciones o raíces, NO las convierta a decimales con su calculadora. Déjelas indicadas (a menos que vaya a estimar valores).
- Para recibir puntaje: Conteste correctamente. Escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. SIMPLIFIQUE y muestre todas sus cuentas. **EXPLIQUE, ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **SIN explicación, desarrollo, justificación o argumento** vale **CERO** puntos.

No olvide elaborar la carátula del examen y anexarla con su examen escaneado.

EXAMEN # 1

(1) **(G: 10 puntos.)** Encuentre el dominio y calcule la derivada de:
   (a) $q(x) = 3x^2\cos^2(3x^2) + 1$.
   (b) $r(x) = \sqrt{\dfrac{4-3x^2}{x}}$.

(2) **(G: 15 puntos.)** Encuentre las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $x\sin(2y) = y\cos(2x)$ en el punto $\left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right)$.

(3) **(G: 10 puntos.)** Una placa de forma de triángulo equilátero se expande con el tiempo. Cada lado aumenta a razón de 2 mm/min. ¿Con qué rapidez crece el área cuando cada lado mide 4 cm?

(4) La posición de una partícula está dada por $x(t) = \dfrac{t^3}{3} - 3t^2 + 8t - 1$, en donde $[t]$ = horas y $[x]$ = kilómetros.
   (a) Determinar la aceleración cuando la partícula está en reposo.
   (b) ¿Cuándo se desplaza la partícula hacia adelante y cuándo hacia atrás?
   (c) ¿Cuál es su posición cuando su velocidad es 3 km/h?

EXAMEN # 2

(1) Sea $f(x) = \dfrac{9-x^2}{x^2-4}$. Encontrar:

(a) dominio, raíces, paridad, periodicidad,
(b) asíntotas horizontales y verticales,
(c) puntos críticos y su clasificaci'on,
(d) intervalos de crecimiento y decrecimiento,
(e) concavidad y puntos de inflexión,
(f) máximos y mínimos absolutos yrango
(g) esbozo de la gráfica.

(2) **(G: 15 puntos.)** Se tienen 2.4 m^2 de material para construir una caja cuya base tiene un largo dos veces más grande que el ancho. la caja se construye con tapa. ¿Cuál es la mayor capacidad que puede contener?

(3) **(G: 10 puntos.)** Encuentre los máximos y mínimos (locales y absolutos) de la función, $f(x) = -2\sin(x) - \sin^2(x)$, en el intervalo $[0, 2\pi]$.

(4) En el archivo adjunto se muestra la gráfica de $\dfrac{df}{dx}(x)$.
Para la función original, $f(x)$, determinar:
(a) intervalos de crecimiento y decrecimiento,
(b) intervalos de concavidad y puntos de inflexión,
(c) máximos y mínimos locales.

EXAMEN # 3

(1) Calcule las derivadas de las siguientes funciones.
(a) $f(x) = x^{\sin x}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{3x^3-8}}$.
(b) **(G: 10 puntos.)** $g(x) = \arctan(\log_{10} x^2)$.

(2) Considere la función $f(x) = 3 - 2x - x^2$.
(a) Encuentre el intervalo de decrecimiento.
(b) Obtenga $f^{-1}(x)$.
(c) Obtenga dominio, rango y un bosquejo de la gráfica de $f^{-1}(x)$.
(d) Usando el Teorema de la función inversa, calcule $\dfrac{df^{-1}}{dx}$.

(3) **(G: 20 puntos.)** Considere la función $f(x) = \dfrac{1-x}{e^x}$. Determine.
(a) Dominio, raíces, paridad (simetrías), periodicidad.
(b) Asíntotas verticales y horizontales.
(c) Puntos críticos y su clasificación.
(d) Intervalos de monotonía.
(e) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
(f) Máximos y mínimos absolutos. Rango.
(g) Bosquejo de la gráfica.

(4) **(G: 10 puntos.)** Encuentre el polinomio de Taylor de grado 3 de la función $\ln(1+x)$ alrededor de $x = 0$. Estime $\ln(1.3)$. Compare con su calculadora.

UAM-Azc. CBI. Departamento de Ciencias Básicas

Evaluación Global de Cálculo Diferencial. Turno Matutino 14O.

*** Todas las respuestas deben mostrar su procedimiento.

*** Los alumnos que presentan una sola parte deberán resolver los cuatro problemas de esa parte.

***Los alumnos que presentan el global deberán resolver únicamente los problemas marcados con *** de las tres partes.

SOLUTION KEY

Primera Parte

1.***(10 puntos) Derivar: a) $y = 3x^2 \cos^2(3x^2) + 1$ y b) $r(x) = \sqrt{\dfrac{4-3x^2}{x}}$

2.***(15 puntos) Obtener las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la curva $x\,sen\,2y = y\cos 2x$ en el punto $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$.

3.*** (10 puntos) Una placa en forma de triángulo equilátero se expande con el tiempo. Cada lado aumenta a razón de 2 *mm/min*. ¿Con qué rapidez crece el área, cuando cada lado mide 40 *mm* ?

4. En el instante t *min* la posición de un móvil es $S = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t - 1$ *dm*

   a) Determinar la aceleración cuando su velocidad es cero.

   b) ¿Cuándo se desplaza hacia delante y cuándo hacia atrás?

   c) ¿Cuál es su posición cuando su velocidad es de 3 *dm/min* ?

Segunda Parte

1. Sea $f(x) = \dfrac{9-x^2}{x^2-4}$ encontrar:

   a) Dominio, raíces y paridad.

   b) *Asíntotas horizontales y verticales.*

   c) Puntos críticos y su clasificación.

   d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

   e) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión

   f) Esbozo gráfico, máximos y/o mínimos absolutos y rango.

2. ***(15 puntos) Se tienen 24 cm^2 de material para construir una caja de base dos veces más larga que ancha, con tapa. Suponiendo que no hay desperdicio en su construcción ¿cuál es la mayor capacidad que puede contener?

3. ***(10 puntos) Encontrar los máximos y mínimos, locales y absolutos, de la función $f(x) = -2\,sen(x) - sen^2(x)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

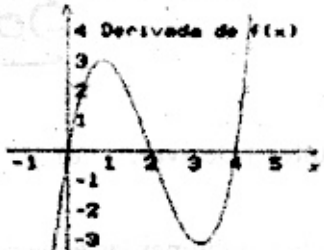
4. A continuación se muestra la gráfica de la **derivada de** $f(x)$, esto es $f'(x)$.

Para la función original $f(x)$ determinar sus:

a) los intervalos de crecimiento y decrecimiento,

b) los intervalos de concavidad y

c) máximos, mínimos y puntos de inflexión.



Tercera Parte

1. a) Obtener la derivada mediante derivación logarítmica de $y = \dfrac{x\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{3x^3-8}}$.

b)***(10 puntos) Obtener la derivada de $y = \arctan(\log_{10} x^2)$.

2. Considerando la función $f(x) = 3 - 2x - x^2$ en el intervalo donde es decreciente, obtener $f^{-1}(x)$ determinando su dominio, rango o imagen y esbozo gráfico.

3.***(20 puntos) Para la función $f(x) = \dfrac{1-x}{e^x}$ determinar:

a) Dominio, raíces y paridad.

b) Asíntotas.

c) Puntos críticos y su clasificación.

d) Intervalos donde crece y donde decrece.

e) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.

f) Esbozo gráfico, rango y máximos y mínimos absolutos.

4.***(10 puntos) Determinar el polinomio de Taylor de tercer orden para $f(x) = \ln(1+x)$ en $a = 0$ y con ese polinomio estimar $\ln(1.3)$.

AM-A. Examen Global Cálculo Diferencial.

~~$y = 3x^2\cos^2(3x^2)+1$~~ Lunes, 15 de diciembre 201

1) (a) **
$$\frac{dy}{dx} = 6x\cos^2(3x^2) + 3x^2 2\cos(3x^2)(-\sin(3x^2))6x + 0$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = 6x\cos^2(3x^2) - 36x^3\cos(3x^2)\sin(3x}$$

(b)
$$\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right)^{-1/2}\frac{d}{dx}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4-3x^2}{x}\right)^{-1/2}\frac{x(-6x)-(4-3x^2)}{x^2}.$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{4-3x^2}}\;\frac{-6x^2-4+3x^2}{x^2}$$

$$\boxed{\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2}\frac{-3x^2-4}{\sqrt{4-3x^2}\;x^{3/2}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{4-3x^2}}\left(-3-\frac{4}{x^2}\right.$$

2) *4* Chequemos primero que el punto pasa por la curva:

$$x\sin 2y = \frac{\pi}{4}\sin\left(2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\pi}{4}\sin\pi = 0 \quad ✓$$

$$y\cos 2x = \frac{\pi}{2}\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad ✓$$

Derivación implícita: de $x\sin(2y) = y\cos(2x)$

$$\cancel{1\cdot\sin 2x}\quad 1\sin 2y + x\cos(2y)2y' =$$

$$= y'\cos(2x) - 2y\sin(2x)$$

$$\Rightarrow y'(2x\cos(2y) - \cos(2x)) = -(\sin(2y) + 2y\sin(2x)).$$

Evaluando en $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$:

$$y'\left(2\frac{\pi}{4}\cos\left(2\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right) = -\left(\operatorname{sen}\left(2\frac{\pi}{2}\right) + 2y\operatorname{sen}\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}(-1) - 0\right) = -\left(0 + 2\frac{\pi}{2}\cdot 1\right).$$

$$y'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi \Rightarrow \boxed{y' = 2}$$

La pendiente de la recta tangente a la curva en $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ es: $\boxed{m_t = 2}$.

y la pendiente de la recta normal:

$$\boxed{m_n = -\frac{1}{2}}$$

Y las ecuaciones correspondientes son

$$\boxed{y - \left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$$ Ecuación de la recta tangente

$$\boxed{y - \left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right).}$$ Ecuación de la recta normal

$$y = 2x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{y = 2x}$$

Ecuación de la recta tangente

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}$$

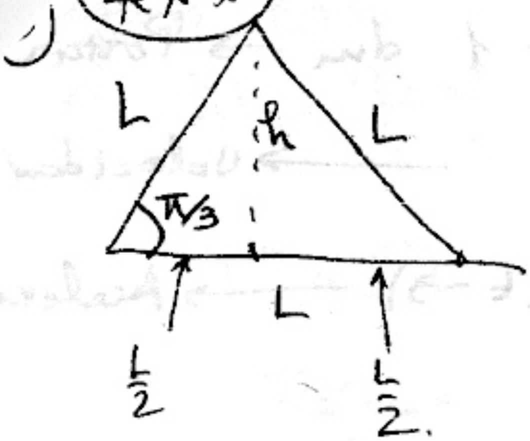
$$\boxed{y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{8}\pi}$$

Ecuación de la recta normal

2 =

***

1)



h es la altura, ~~y mide~~:

$$h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = L^2,$$

por el T. de Pitágoras.

$$\Rightarrow h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3}{4}L^2$$

$$\boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2} L}$$

El área del triángulo es $A = \frac{b\,h}{2} = \frac{L\,h}{2} = \frac{1}{2} L \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\boxed{A = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2}$$

Así

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} L \frac{dL}{dt}$$

Sabemos que: $\frac{dL}{dt} = 2\ mm/min$.

y que: $L = 40\ mm$.

Entonces:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40\,mm\ 2\ mm/min$$

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = 40\sqrt{3}\ mm^2/min}$$

(4.) $S = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t - 1$ dm $\rightarrow$ Posición

$S'(t) = t^2 - 6t + 8 \longrightarrow$ Velocidad

$S''(t) = 2t - 6 = 2(t-3) \longrightarrow$ Aceleración

(a) Velocidad es cero

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

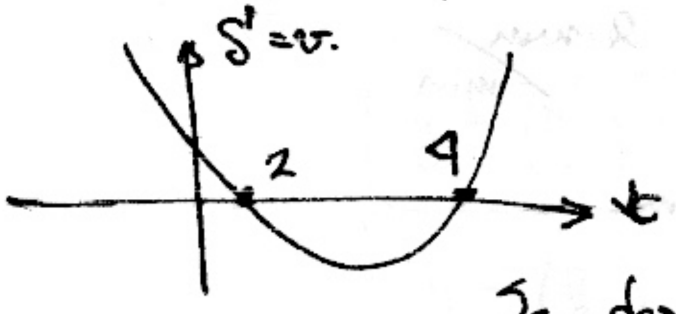
$$(t-4)(t-2) = 0$$

en $t_1 = 2$ y $t_2 = 4$.

Aceleración $S''(t_1) = 4 - 6 = \boxed{-2}$ (dm/min^2)

y $S''(t_2) = 8 - 6 = 2$ (dm/min^2)

(b) Se desplaza hacia adelante cuando $S'(t) > 0$



i.e. $t \in (-\infty, 2)$

y $t \in (4, \infty)$.

Se desplaza hacia atrás cuando:

$S' < 0$ i.e. $t \in (2, 4)$

(c) Si $v = 3 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 3 \Rightarrow$

$t^2 - 6t + 5 = 0$ ~~$(t-3)(t-2) = 0$~~

$(t-5)(t-1) = 0 \Rightarrow t_3 = 1$ $\quad S(t_3) = \frac{1}{3} - 3 + 8 - 1 = \frac{13}{3}$

$t_4 = 5$

$S(t_4) = \frac{1}{3}(125) - 3 \cdot 25 + 40 - 1$

$\Rightarrow 4 = S(t_4) = \frac{17}{3} = \frac{125}{3} - 36 = \frac{125 - 108}{3}$

segunda parte:

1). $f(x) = \dfrac{9-x^2}{x^2-4} = \dfrac{(3-x)(3+x)}{(x-2)(x+2)}$

(a) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{2,-2\}$.

Raíces $9-x^2=0 \Rightarrow x_1 = 3, \quad x_2=-3$

Es una función par: $f(-x) = \dfrac{9-(-x)^2}{(-x)^2-4} = \dfrac{9-x^2}{x^2-4}$

$= f(x)$

(b) Asíntotas horizontales.

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{9-x^2}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{9/x^2-1}{1-4/x^2} = \dfrac{0-1}{1-0} = -$

También $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{9-x^2}{x^2-4} = \dfrac{0-1}{1-0} = -1$

$\therefore$ $\boxed{y=-1}$

Es una asíntota horizontal

Tiene dos asíntotas verticales:

$\boxed{\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}}$

(c) Puntos críticos:

$f'(x) = \dfrac{(x^2-4)(-2x)-(9-x^2)2x}{(x^2-4)^2} =$

$= \dfrac{-2x^3+8x-18x+2x^3}{(x^2-4)^2} = \dfrac{-10x}{(x^2-4)^2}.$

=5=

(i) Los puntos donde $f'(x)=0$ solo hay uno:

$\boxed{x_1=0}$

(ii) Los puntos donde $f'(x)$ ~~=0~~ no está definida son $x=\pm 2$, pero $\notin \mathrm{Dom}(f)$.

Entonces, no cuentan.

(iii) El dominio no tiene fronteras cerradas.

Así, solo hay un punto crítico $\boxed{x=0}$

(d) Como $f'(x)<0$ si $x>0 \Rightarrow f \searrow$ en $]0,\infty[$

y $f'(x)>0$ si $x<0 \Rightarrow f \nearrow$ en $(-\infty,0)$.

Entonces $f(x_1)$ es un ______ local:

(e) $$f''(x) = \left(\frac{-10x}{(x^2-4)^2}\right)' = \frac{(x^2-4)^2(-10) - 10x(2)(x^2-4)}{(x^2-4)^4}$$

$$= \frac{-10(x^2-4)^2 - 40x^2(x^2-4)}{(x^2-4)^4}$$

$$= \frac{-10(x^2-4)\left[(x^2-4)+4x^2\right]}{(x^2-4)^4} =$$

$$= -10\,\frac{5x^2+4}{(x^2-4)^3}$$ $\left\{\begin{array}{l} f''>0 \text{ si } x^2-4<0 \\ f''<0 \text{ si } x^2-4>0 \end{array}\right.$

Así:

$f'' > 0$, si $-2 < x < 2$

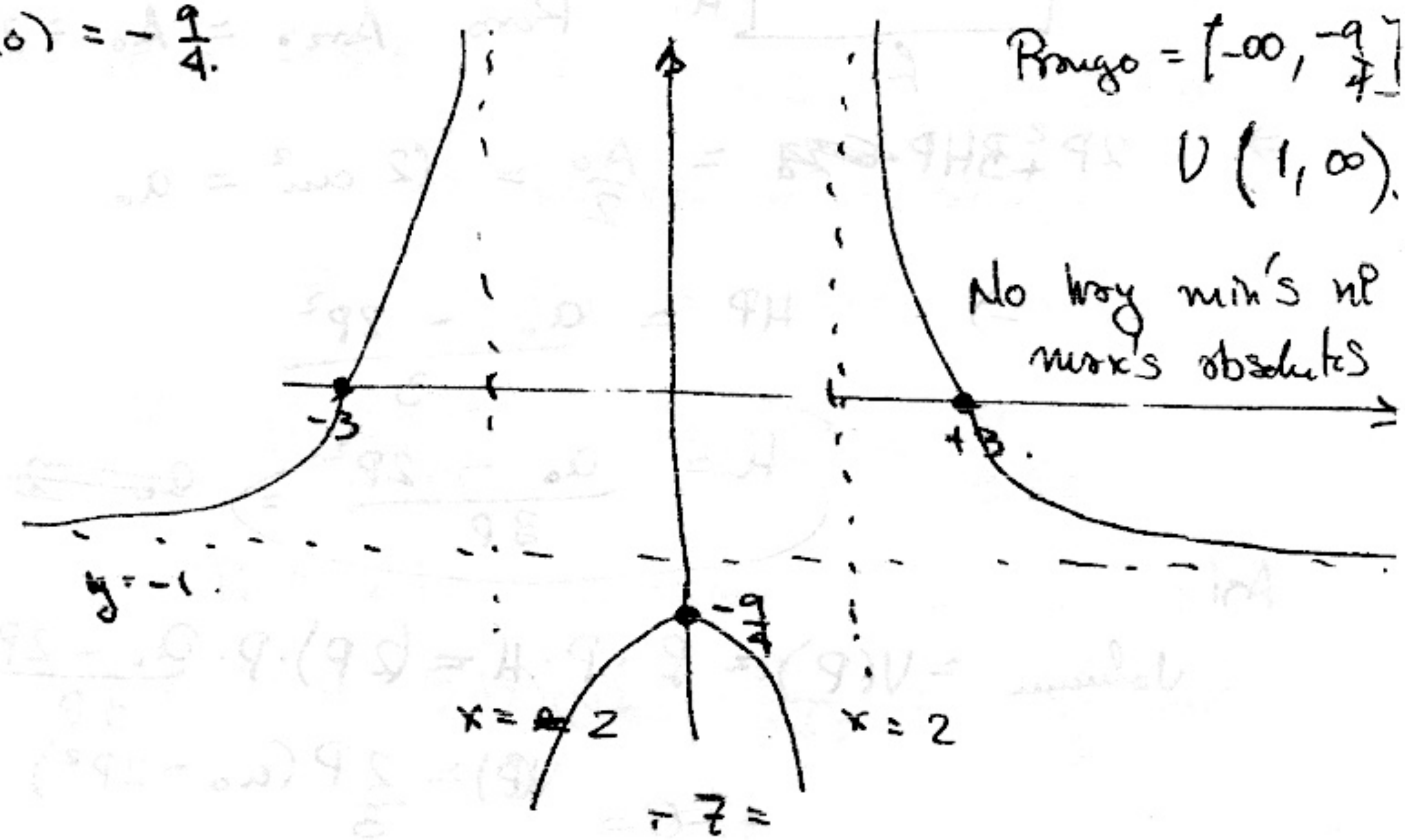
$f'' < 0$, si $x < -2$ ó $x > 2$

* Cóncava hacia arriba en $-2 < x < 2$
(Convexa) $(-2, 2)$

* Cóncava hacia abajo en ~~x<2~~ $x < -2$ ó $x > 2$
(Cóncava) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

+ Por tanto, los puntos de cambio de concavidad ocurren en $x = -2$.
y $x = 2$.

$f(0) = -\frac{9}{4}$.



Rango = $[-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (1, \infty)$.

No hay min's ni max's absolutos

- 7 -

2 *** Area: $A_0 = 24$ cm^2.

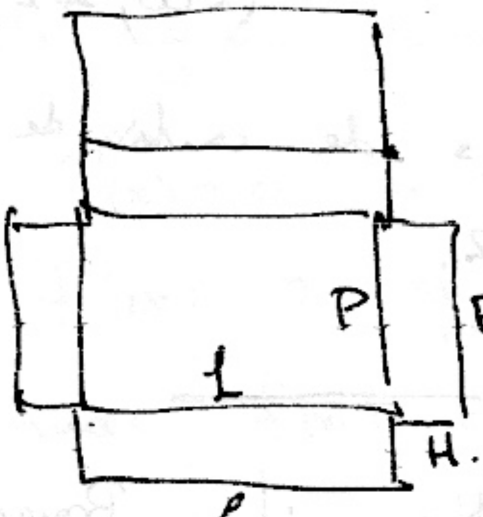
~~Base~~ ℓ = largo.

P = profundo - ancho;

H = altura;

Volumen = $\ell \cdot P \cdot H$.

$\ell = 2P$. (Largo 2 veces el ancho)



$$\text{Area} = 2\cdot \ell P + 2HP + 2H\ell$$

$$= 2(LP + HP + H\ell)$$

$$= 2(2P^2 + HP + H\cdot 2P)$$

Pero Area = $A_0 = 24$ cm^2

$$\Rightarrow \quad 2P^2 + 3HP = \frac{A_0}{2} = 12 \text{ cm}^2 = a_0.$$

$$\Rightarrow \quad HP = \frac{a_0 - 2P^2}{3}$$

$$H = \frac{a_0 - 2P^2}{3P} = \cancel{a_0 - 2}$$

Así:

$$\text{Volumen} = V(P) = \ell \cdot P \cdot H = (2P)\cdot P \cdot \frac{a_0 - 2P^2}{3P}$$

$$V(P) = \frac{2}{3}P(a_0 - 2P^2).$$

$\text{Dom}(H) = \{ P \in \mathbb{R} \mid a_0 - 2P^2 > 0 \text{ , y } P > 0 \text{ , i.e.: } \sqrt{\frac{a_0}{2}} > P > 0 \}.$

$\text{Dom } V(P) = \{ P \in \mathbb{R} \mid P > 0 \text{ y } a_0 - 2P^2 > 0 \text{ , } P > 0 \text{ y } 0 < P < \sqrt{\frac{a_0}{2}} \}.$

Entonces $V'(P) = \frac{d}{dP}\left(\frac{2P}{3} a_0 - 4\frac{P^3}{3} \right)$

$= \frac{2}{3} a_0 - 4P^2.$

$V'(P_0) = 0 \Rightarrow \frac{2a_0}{3} - 4P_0^2 = 0 \Rightarrow \frac{a_0}{3} - 2P_0^2 =$

$\Rightarrow P_0^2 = \frac{a_0}{6} \Rightarrow P_0 = \sqrt{\frac{a_0}{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}$

$V''(P_0) = -8P \Rightarrow V'' < 0$, pues $P > 0$

$\Rightarrow$ Cóncava hacia abajo

$\Rightarrow V(P_0) =$ máximo local

$H = \frac{12 - 2 \cdot 2}{3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{12 - 4}{3\sqrt{2}} = \frac{8}{3\sqrt{2}}.$

$L = 2P_0 = 2\sqrt{2}$. Entonces:

$V = L \cdot P \cdot H = (2\sqrt{2})(\sqrt{2}) \cdot \frac{8}{3\sqrt{2}} = \boxed{\frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3}.$

3. ***

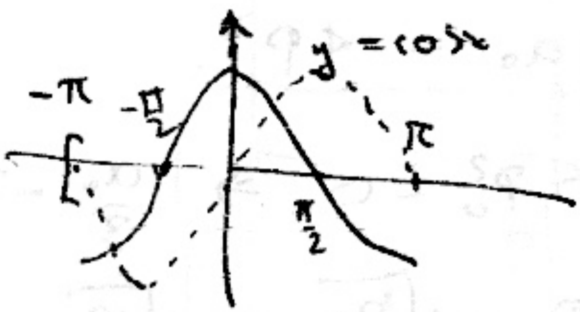
$f'(x) = -2\cos x - 2\sin x\cos x$

$= -2(1+\sin x)\cos x$

Pues: $1+\sin x \geq 1-1 = 0 \Rightarrow$ Signo de f' se determina por $-\cos x$:

* $f'(x)<0$ si $-\cos x<0$, i.e.: $\cos x>0$

$\Rightarrow x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$. Como $\sin x=-1$ solo en $x=\frac{3\pi}{2}$ o $x=-\frac{\pi}{2}$, entonces no hay problema con el intervalo.



Entonces $f' \searrow$ en $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$.

Así $f'(x)>0 \Rightarrow$ si $x\in\left(-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(+\frac{\pi}{2},\pi\right)$

Así $f' \nearrow$ en $\left(-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

~~Min loc f = f(−π)~~

Max loc $f = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2(-1)-(-1)^2 = 2-1 = 1$.

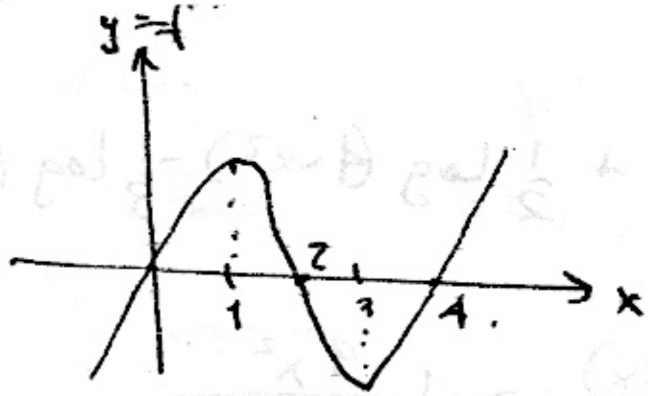
Min loc $f = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2(1)-(1)^2 = -3$

~~Max loc f = f(+π)~~

Como además $f(\pi)=0$, $f(-\pi)=0$

Entonces Max abs $f = f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1$

Min abs $(f) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$



$f' > 0$, si $x \in [0, 2)$

$x \in (4, \infty)$

$\Rightarrow f \nearrow$ si $x \in (0,2) \cup (4,\infty$

y $f' \searrow$ si $x \in (-\infty, 0) \cup (2,$

$f'' > 0$, si $f' \nearrow \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

Aquí es cóncava hacia arri.
(convexa).

$f'' < 0$, si $f' \searrow \Rightarrow x \in (1, 3)$

Aquí es cóncava hacia ab.
(cóncava).

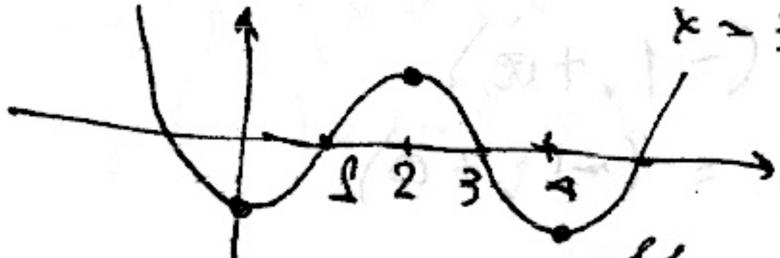
~~En $x = 1$, $f'(1) = 0$, $f''($~~

En $x = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) > 0$, Min local $f(0)$

$x = 2$, $f'(2) = 0$ $f''(2) < 0$: Máx local $f(2)$

$x = 4$, $f'(4) = 0$ $f''(4) > 0$, Min local $f(4)$

Puntos de inflexión: $x = 1$
$x = 3$



TERCERA PARTE.

1) (a) $\log y = \log x + \frac{1}{2}\log(4-x^2) - \frac{1}{3}\log(3x^3-8)$

Entonces:

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}\frac{(-2x)}{4-x^2} - \frac{1}{3}\frac{9x^2}{3x^3-8}$$

$$\boxed{y' = \frac{x(4-x^2)^{1/2}}{(3x^3-8)^{1/3}}\left[\frac{1}{x} - \frac{x}{4-x^2} - \frac{3x^2}{3x^3-8}\right]}$$

~~xxx~~ (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+(\log_{10}x^2)^2}\cdot\frac{1}{(\ln 10)\,x^2}\cdot 2x$

$$= \frac{2}{x\left(1+(\log_{10}(x^2))^2\right)}\cdot\frac{1}{\ln(10)}$$

② ~~$f(x) = 2x \quad 2x =$~~

$f(x) = 3 - 2x - x^2$

$f'(x) = -2 - 2x = -2(x+1)$.

$f'(x) < 0$, si $x+1>0 \Rightarrow f \searrow$ en $x > -1$.

$\mathrm{Dom}(f) = (-1, +\infty)$

$\Rightarrow \mathrm{Rang}(f) = (-1, +\infty)$

Tenemos $y = 3 - 2x - x^2$.

Entonces $x^2 + 2x + (y-3) = 0$

Chicharronera:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(y-3)}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{1-(y-3)}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{1-y+3}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{4-y}$$

Si $y=0$, por ejemplo: $x = -1 \pm 2$:

Si "+" $\Rightarrow$ $x = -1+2 = 1$,

y dicho punto está en el dominio

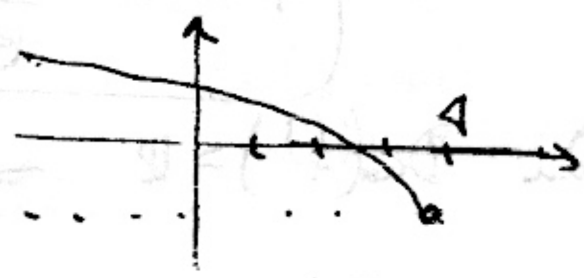
Podemos escoger "+":

$x = -1 + \sqrt{4-y}$

Así $\boxed{y = f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{4-x}}$ es la función inversa

$\mathrm{Dom}(f^{-1}) = \{x < 4\}$

$\mathrm{Range}(f^{-1}) = (-1, \infty)$.



(3) XXX (a) $Dom(f) = \mathbb{R}$.

$f(x) = 0$, si $x = 1$

$f(x)$ no es par ni impar.

(b) No tiene asíntotas ~~horizontales~~ verticales,

Así $\lim_{x \to \infty} \frac{1-x}{e^x} = \lim_{x \to \infty} \frac{-1}{e^x} = 0$.

L'Hôpital

$\lim_{x \to -\infty} \frac{1-x}{e^x} = \lim_{x \to -\infty} e^{-x}(1-x) \text{ "}= \infty \cdot \infty\text{"}$

$= \infty$.

Solo tiene una $\boxed{\text{asíntota horizontal } y = 0.}$

~~para~~ $x \to \infty$.

(c) Como $Dom(f) = \mathbb{R}$, no hay pts frontera

~~Como~~ $f(x) = e^{-x}(1-x)$

$f'(x) = -e^{-x}(1-x) + e^{-x}(-1)$.

$= -e^{-x}((1-x) + 1) = \frac{2-x}{-e^{+x}}$

$$\boxed{f'(x) = \frac{x-2}{e^{+x}}}$$

Com $Dom(f') = \mathbb{R} \rightarrow x = 2$, $f'(2) = 0$ único punto crítico.

=14> $f(2) = \frac{1-2}{e^2} = -\frac{1}{e^2}$

(e) $o: f'(x) = e^{-x}(x-2)$

$$f''(x) = -e^{-x}(x-2) + e^{-x}$$

$$= -e^{-x}\big((x-2)-1\big) = -e^{-x}(x-3)$$

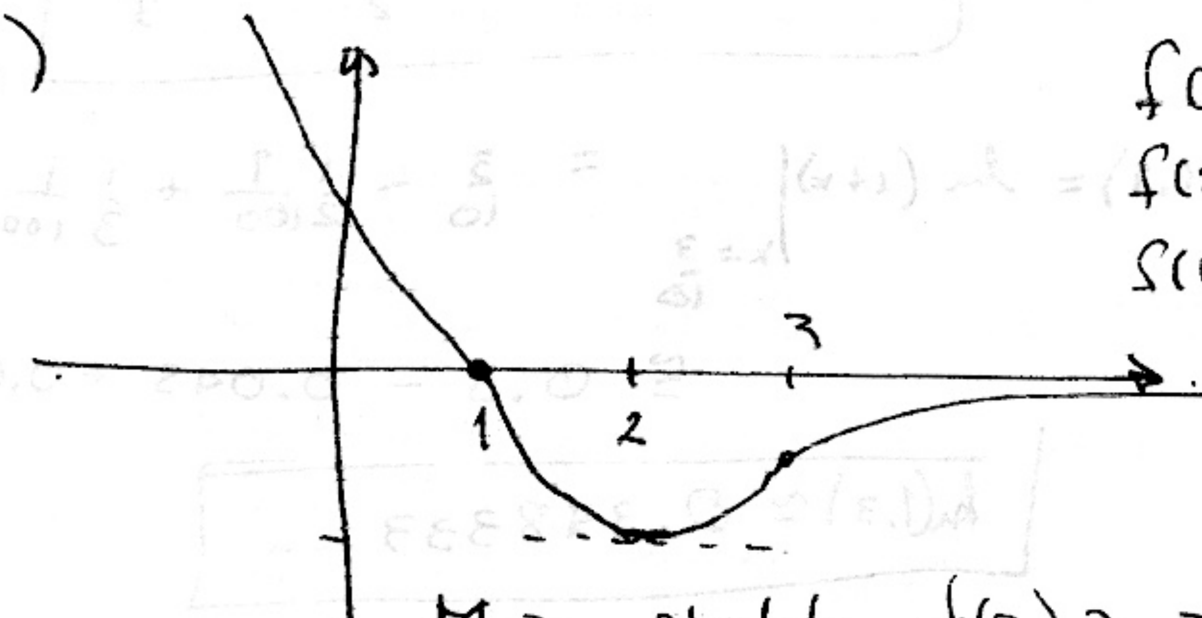
$$= \frac{x-3}{e^{-x}}.$$

Así $f'' > 0$, $x > 3$, f cóncava hacia arriba (convexo)

$f'' < 0$, $x < 3$, f cóncava hacia abajo (cóncavo).

y $\underline{x=3}$ es el único punto de inflexión.

(f)



$f(0) = 1$

$f(2) = -e^{-2} <$

$f(1) = 0$

Min absoluto $f(2) = -e^{-2}$

Rango $= [-2, \infty)$

~~No hay más~~ min's o máx's

No hay máx absoluto..

=FS=

(4) ***

$f(x) = \ln(1+x) \qquad f(0) = \ln 1 = 0$

$f'(x) = \dfrac{1}{1+x} \qquad f'(0) = 1$

$f''(x) = -\dfrac{1}{(1+x)^2} \qquad f''(0) = -1$

$f'''(x) = \dfrac{+2}{(1+x)^3} \qquad f'''(0) = +2$

Entonces, alrededor de $a = 0$

$$f(x) \cong f(0) + f'(0)(x) + \frac{1}{2} f''(0)(x-0)^2 + \frac{1}{3!} f'''(0)(x-0)$$

$$= 0 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3!}\,2x^3 + \dots$$

$\cancel{\ln(1+x) \cong}$ $\boxed{\ln(1+x) \simeq x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3}$

$$\ln(1{,}3) = \ln(1+x)\Big|_{x=\frac{3}{10}} = \frac{3}{10} - \frac{1}{2}\frac{9}{100} + \frac{1}{3}\frac{1}{1000}$$

$$\cong 0.3 - 0.045 + 0{,}0033$$

$$\boxed{\ln(1{,}3) \simeq 0.348333\dots}$$

Hablemos,