

**UAM - AZCAPOTZALCO. CÁLCULO INTEGRAL. TRIM: OTOÑO DE 2022.**  
**EXAMEN # 1. VIERNES 18 DE NOVIEMBRE DE 2022: 16:00-17:30**

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- El examen consta de **CUATRO** problemas con diferentes puntajes, para un total de **100 puntos** y un problema **extra de 10 puntos**.
- Tiene una (1) hora y treinta (30) minutos para resolver este examen.
- El examen es **INDIVIDUAL** y se resuelve de forma **INDIVIDUAL**. Está prohibido recibir ayuda de terceras personas o usar recursos no especificados.
- Si salen fracciones o raíces, **NO** las convierta a decimales con su calculadora. Déjelas indicadas (a menos que vaya a estimar valores como en problemas de física o de aplicación.)
- **Para recibir puntaje:** Conteste correctamente. Escriba de forma clara y concisa. Entregue su trabajo limpio y con sus ideas en orden. SIMPLIFIQUE y muestre todas sus cuentas. **EXPLIQUE, ARGUMENTE y JUSTIFIQUE** sus respuestas.
- Problema **SIN explicación, desarrollo, justificación o argumento vale CERO** puntos.

**PROBLEMAS**

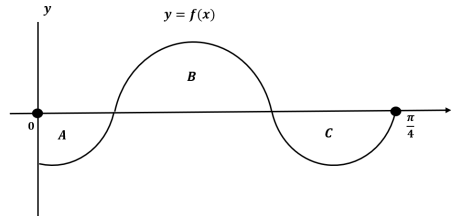
- (1) Calcule la derivada de las siguientes funciones. (*Hint:* Dos de estas integrales son inmediatas y no requieren hacer cuentas).

(a) (20 puntos.)  $f(x) = \int_{-1+x^2}^x (t^3 - t^4) \sin^2 t \, dt.$

(b) (10 puntos.)  $g(x) = \int_{-\cos x}^x \frac{\ln(1+t^2)}{e^{-t^2} + t^4} \, dt.$

(c) (10 puntos.)  $h(x) = \int_{-e^{x^2}}^{e^{x^2}} \frac{\sqrt[3]{t^3 + t^7}}{1+t^2} \, dt.$

- (2) (20 puntos.) Calcule  $\int_0^{\pi/4} (3f(x) + 1 + \tan^2 x) \, dx + \int_0^{\pi} 10 \sin x \, dx$ , en donde la gráfica de  $f$  está dada en la figura y las regiones A, B y C tienen áreas 2, 4 y 5, respectivamente. (*Hint:* recuerde  $\tan(\pi/4) = 1$ .)



- (3) (20 puntos.) Escriba el límite de la siguiente suma de Riemann como integral definida. Posteriormente, evalúe la integral usando el Teorema Fundamental del Cálculo. (*Hint:* recuerde  $\cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$ .)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4n} \left( \sec \left( k \frac{\pi}{4n} \right) \tan \left( k \frac{\pi}{4n} \right) \right)$$

- (4) (20 puntos.) (a) Usando una partición de 4 sub-intervalos, aproxime la siguiente integral usando una suma de Riemann usando puntos izquierdos.

$$\int_{-4}^0 1 + x^2 \, dx$$

¿La aproximación es una sobreestimación o subestimación? Haga un dibujo para responder a esta pregunta.

(b) Ahora evalúe la integral usando el Teorema Fundamental del Cálculo. ¿Siguió siendo sobre- o sub-estimación?

- (5) (10 puntos.) Una partícula siente una aceleración  $a(t) = 2t$ . Las unidades son segundos [s] (en tiempo) y metros [m] (en distancia).

- (a) Encuentre la velocidad como función del tiempo  $t$ , si la velocidad inicial es  $v(0) = -4$  m/s.  
 (b) Encuentre la **distancia** total recorrida desde  $t = 0$  y hasta  $t = 4$ .