

# Cálculo Diferencial:

## Guía para el SAI

Prof. Jesús Adrián Espínola Rocha

16 de marzo de 2024

Este documento es una guía para el Sistema de Aprendizaje Individuado (SAI) o bien *Personalized System of Instruction* (PSI, por sus siglas en inglés) escrita por el profesor Jesús Adrián Espínola Rocha para el curso de *Cálculo Diferencial*. El profesor intenta dar su versión del curso usando como base varios textos y, a la vez, hacerlo independiente de alguno en particular: tarea nada sencilla.

El curso está diseñado para aprender poco a poquito, separándolo en “cachos” pequeños (unidades) como lo sugiere una de las ideas fundamentales del SAI: *Es mejor aprender el material por unidades pequeñas para “aprender” mejor el material por aprender* [4, 3]

Cada unidad es pequeña, como lo podrá verificar el estudiante interesado. Se pensó en hacer cada unidad **muy pequeña** con la finalidad de que se cubra cada una de ellas en una semana, como se puede ver al revisar por primera vez esta guía.

Asimismo, las ideas y estructura para el desarrollo de este curso en el sistema SAI, fueron tomadas de las guías para éste y otros cursos creadas por los profesores Jaime Cruz Sampedro<sup>†</sup> y Salvador Arellano Balderas [1].

# Índice general

<b>Prefacio</b>	<b>I</b>
<b>Introducción al SAI</b>	<b>III</b>
¡Bienvenidos al SAI! . . . . .	III
¿Qué es el SAI? . . . . .	III
¿Qué no es el SAI? . . . . .	IV
¿Cómo se aprende en el SAI? . . . . .	IV
¿Qué tengo que hacer? . . . . .	V
Guía y libro de texto de Cálculo Diferencial . . . . .	VI
Organización del curso . . . . .	VII
<b>Información general del curso de Cálculo Diferencial</b>	<b>IX</b>
Objetivos . . . . .	IX
Horario de atención . . . . .	X
Asesorías . . . . .	X
Guía y libro de texto . . . . .	X
Textos adicionales . . . . .	XI
Exámenes y tareas . . . . .	XI
Criterios de evaluación . . . . .	XII
Comportamiento . . . . .	XIII
Recomendaciones generales . . . . .	XIV
<b>I La Derivada: motivación, definición y sus reglas.</b>	<b>1</b>
<b>1 La Derivada: motivación y definición</b>	<b>3</b>
1.1. Objetivos . . . . .	3
1.2. Temario . . . . .	3
1.3. Indicadores de evaluación . . . . .	4
1.4. Actividades . . . . .	5
1.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	5
1.6. Camino Thomas (12) . . . . .	6
1.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	6
1.8. Problemas . . . . .	7

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	3
<b>2 Reglas de Derivación</b>	<b>9</b>
2.1. Objetivos . . . . .	9
2.2. Temario . . . . .	9
2.3. Indicadores de evaluación . . . . .	10
2.4. Actividades . . . . .	10
2.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	10
2.6. Camino Thomas (12) . . . . .	11
2.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	12
2.8. Problemas . . . . .	12
<b>3 Regla de la Cadena. Derivadas implícitas</b>	<b>15</b>
3.1. Objetivos . . . . .	15
3.2. Temario . . . . .	15
3.3. Indicadores de evaluación . . . . .	16
3.4. Actividades . . . . .	16
3.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	16
3.6. Camino Thomas (12) . . . . .	17
3.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	17
3.8. Problemas . . . . .	18
<b>II Aplicaciones de la Derivada</b>	<b>19</b>
<b>4 Tasas relacionadas, linealización y valores extremos</b>	<b>21</b>
4.1. Objetivos . . . . .	22
4.2. Temario . . . . .	22
4.3. Indicadores de evaluación . . . . .	22
4.4. Actividades . . . . .	23
4.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	23
4.6. Camino Thomas (12) . . . . .	24
4.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	24
4.8. Problemas . . . . .	25
<b>5 Primer Unidad de Integración</b>	<b>27</b>
5.1. Objetivos . . . . .	27
5.2. Temario . . . . .	27
5.3. Indicadores de evaluación . . . . .	27
5.4. Actividades . . . . .	28
5.5. Problemas . . . . .	29
<b>6 Monotonía, concavidad y trazado de gráficas</b>	<b>31</b>
6.1. Objetivos . . . . .	31
6.2. Temario . . . . .	31
6.3. Indicadores de evaluación . . . . .	32
6.4. Actividades . . . . .	32
6.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	33

6.6. Camino Thomas (12) . . . . .	33
6.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	34
6.8. Problemas . . . . .	34
<b>7 Optimización aplicada</b>	<b>37</b>
7.1. Objetivos . . . . .	37
7.2. Temario . . . . .	38
7.3. Indicadores de evaluación . . . . .	38
7.4. Actividades . . . . .	38
7.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	38
7.6. Camino Thomas (12) . . . . .	39
7.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	39
7.8. Problemas . . . . .	40
<b>8 Segunda Unidad de Integración</b>	<b>41</b>
8.1. Objetivos . . . . .	41
8.2. Temario . . . . .	41
8.3. Indicadores de evaluación . . . . .	41
8.4. Actividades . . . . .	42
8.5. Problemas . . . . .	43
<b>III Funciones inversas, trascendentes. Series de Taylor</b>	<b>45</b>
<b>9 Funciones logarítmicas y exponenciales</b>	<b>47</b>
9.1. Objetivos . . . . .	47
9.2. Temario . . . . .	47
9.3. Indicadores de evaluación . . . . .	47
9.4. Actividades . . . . .	48
9.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	48
9.6. Camino Thomas (12) . . . . .	49
9.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	49
9.8. Problemas . . . . .	50
<b>10 Trigonométricas inversas. Regla de L'Hôpital y polinomios de Taylor</b>	<b>51</b>
10.1. Objetivos . . . . .	51
10.2. Temario . . . . .	51
10.3. Indicadores de evaluación . . . . .	51
10.4. Actividades . . . . .	52
10.5. Camino Stewart: 7E . . . . .	52
10.6. Camino Thomas (12) . . . . .	53
10.7. Videos de la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	53
10.8. Problemas . . . . .	54
<b>11 Evaluación final</b>	<b>55</b>

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	5
11.1. Objetivos . . . . .	55
11.2. Temario . . . . .	55
11.3. Actividades . . . . .	55
11.4. Camino Stewart: 7E . . . . .	56
11.5. Camino Thomas (12) . . . . .	56
11.6. Videos en la <i>Kahn Academy</i> . . . . .	56
11.7. Ejercicios variados . . . . .	56
<b>A Apéndice</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>59</b>



# Prefacio

Este documento es una guía para el SAI escrita por el profesor Jesús Adrián Espínola Rocha. El profesor intenta dar su versión del curso usando como base la guía creada por los profesores Jaime Cruz Sampedro<sup>†</sup> y Salvador Arellano Balderas [1].

Inicialmente intenta crear un índice de temas, separándolo en “cachos” pequeños (unidades) como lo sugiere una de las ideas fundamentales del SAI: *Es mejor aprender el material por unidades pequeñas para aprender mejor el material por aprender* [4, 3]. Posteriormente, fue desmenuzando cada tema, moviéndolo de posición en el temario, hasta crear una guía también adecuada a los temarios sintético y analítico de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

Aún faltan asignar secciones tales como:

1. Ligas de videos demostrativos como los creados por la Kahn Academy.
2. Problemas especiales creados para tareas o exámenes desarrollados durante las múltiples ocasiones en que he dado el curso, o bien sugeridos por compañeros profesores que también han impartido la materia.
3. Los problemas especiales asignados en esta guía son los ya propuestos en [1].
4. Crear los otros “*caminos de estudio*” usando otros libros de texto como los de G.B. Thomas, N. Piskunov, Bugrov-Nikolski, Lax-Terrell, **Strang** u otros más avanzados como el texto de R. Courant y F. John, entre otros.
5. Incluir temas importantes pero no incluidos en los temarios de la UAM, como lo son:
  - a) Cálculo Diferencial estocástico
  - b) Método de Newton para encontrar raíces de ecuaciones algebraicas y trascendentes.
  - c) La Ley de Snell de refracción y otras aplicaciones a la física.

Esto para estudiantes interesados en estudiar más temas o temas avanzados de Cálculo Diferencial.

Esperemos les sea útil a los estudiantes para su aprendizaje, como a profesores que impartan este curso o deseen crear otra guía usando esta como base.



# ¡Bienvenidos al SAI!

## Introducción al SAI

### ¡Bienvenidos al SAI!

Bienvenidos a su nueva experiencia de enseñanza-aprendizaje, a la modalidad del **Sistema de Aprendizaje Individualizado, SAI** (o en inglés, *Personalized System of Instruction*, PSI) de la UAM-Azcapotzalco. En él aprenderás mucho más y mejor los temas del curso o cursos que tomes, y lo retendrás por una mayor cantidad de tiempo. Pero esto también requiere tiempo, esfuerzo y constancia, sin prisas, pero sin pausas.

En seguida te damos una breve introducción a lo que es el SAI.

### ¿Qué es el SAI? [1, 4, 3]

El SAI es un sistema de aprendizaje de constante cooperación y diálogo individual entre profesores y estudiantes. Esta modalidad de enseñanza fue propuesta en 1968 por el profesor Fred S. Keller de la Universidad Estatal de Arizona en su artículo: “*Good bye, teacher ...*” [4].

Los cursos en este sistema se dividen en unidades adecuadas para que estudies de manera independiente *y aprendas a tu ritmo*, es decir, **de forma flexible**, lo cual **no** quiere decir necesariamente *lento*. Esto se logra con apoyo y abundante asesoría individual por parte de tus instructores.

En el SAI no asistes a clases (o sea, no asistes a clases tradicionales, frente a pizarrón) pero debes asistir regular y constantemente a asesoría e interactuar continuamente con tus maestros en las instalaciones del SAI, salón E-204.

**¡CUIDADO! Aprender a tu ritmo** NO quiere decir estudiar solamente al final del trimestre (ni tampoco “*cuando yo quiera*”, ni “*cuando sea*”, ni “*como pueda*”, ni “*cuando pueda*”).

**Aprender a tu ritmo**, insisto, quiere decir **de forma flexible**, no necesariamente lenta pero, eso sí, a un buen ritmo. Unos temas te costarán más trabajo que otros, a los que tendrás que invertir más tiempo y quizá, más días. Habrá otros temas que te serán super sencillos y los asimilarás y entenderás de forma rapidísima, por lo que podrás avanzar muy bien en estos temas. Todo esto es lo que queremos decir por **flexible, a tu ritmo**.

### ¿Qué no es el SAI? [1]

- No es un sistema de aprendizaje autodidacta ni de enseñanza abierta.
- Tampoco es un sistema de cursos en línea ni de educación virtual o a distancia.
- Ni tampoco es de educación remota: no es un PEER, como el programa con el que estábamos estudiando durante la contingencia por la pandemia de covid-19.
- No es una reguladora ni es un sistema de regularización. Tampoco es un sistema de clases particulares.

### ¿Cómo se aprende en el SAI? [1, 4, 3]

En el SAI aprenderás realizando las actividades que se especifican en esta guía de estudio del curso, pidiendo **MUCHA ASESORÍA** y *apoyo permanente de parte de tus profesores*. Esta guía te indica, paso a paso, qué materiales debes estudiar y qué ejercicios debes resolver en cada unidad, hasta cubrir todos los temas del curso. Los profesores supervisarán tus avances y te brindarán toda la asesoría que necesites para resolver tus dudas hasta que te sientas listo para presentar tus exámenes. Nuestro método de enseñanza se funda esencialmente en:

1. Abundante asesoría individual:  
para que resuelvas tus dudas, profundices en los temas, fortalezcas tu independencia y prepares tus exámenes.
2. Evaluación de tareas y exámenes en tu presencia y en forma individual:  
en el SAI, todas tus tareas y exámenes se califican en tu presencia para que afirmes tus aciertos y, de forma inmediata y oportuna, detectes tus errores y resuelvas tus dudas.
3. Numerosas oportunidades para aprobar las unidades del curso:  
si no te va bien en algún examen, en el SAI te resolvemos tus dudas, te asignamos tareas para que repases y te damos oportunidad de presentar otro examen de la misma unidad, hasta que apruebes. A este proceso se le llama *reciclar*.
4. **Flexibilidad** para que **aprendas y progreses a tu propio ritmo**:  
en el SAI puedes terminar un curso y empezar con el siguiente en la seriación de tus estudios de ingeniería; o bien, si sólo has aprobado hasta la quinta unidad en un trimestre, reanudarlo el siguiente trimestre en donde te quedaste y completar tu curso satisfactoriamente (es decir, se te puede dar la oportunidad de completar un curso en dos trimestres.)

5. Las clase (sesiones de asesoría) son hasta la semana 12:  
 en el SAI, no hay examen global. Por lo tanto, las clases, asesorías y presentación de exámenes parciales se extiende más allá de la semana 11, hasta la semana de exámenes globales.

Quiero llamar la atención en dos puntos. En el punto 1, resalto “**abundante asesoría individual**”, por lo que te sugiero e invito a que vengas todos los días al SAI a estudiar las unidades correspondientes, a hacer tus asignaciones y, en “*horas de clase*”, me pregunten y me hagan saber TODAS SUS DUDAS, para que de forma inmediata tengan retroalimentación y puedan avanzar más rápida y eficientemente.

En el punto 4, hago incapié a que “*tu propio ritmo*” significa **flexibilidad**.

ESTUDIAR EN EL SAI, EN PARTICULAR **estudiar Matemáticas** EN EL SAI,  
 PUEDE SER LENTO,  
 ¡PERO ES SEGURO!

Una de nuestras metas fundamentales es que desarrolles tu autodisciplina, seguridad e independencia para alcanzar tus metas académicas y profesionales.

En los cursos del SAI queremos convencerte que:

¡LAS MATEMÁTICAS NO SON UN JUEGO DE ESPECTADORES!  
 Y DE QUE ¡TÚ PUEDES JUGARLO EXITOSAMENTE!

## ¿Qué tengo que hacer?

- Descargar (y si gustas imprimir) esta guía del curso.
- Leer cuidadosamente la información y políticas del curso del trimestre correspondiente. Esta se dará en la página:  
<http://jaerazcuammx.wordpress.com/>  
 y también en el aula virtual de *Google Classroom* (o la que use tu profesor).
- Revisar y atender los horarios de atención y los criterios de evaluación.
- Registrarte al aula virtual de *Google Classroom* usando tu CORREO ELECTRONICO INSTITUCIONAL. La invitación o el código lo encontrarás en la página web  
<http://jaerazcuammx.wordpress.com/>
- Conseguir el libro de texto, estudiarlo de acuerdo al plan trazado en la guía y **¡preguntar mucho!**
- El libro de texto lo podrás consultar en la biblioteca.
- O bien, el profesor te proporcionará una copia del texto en pdf en un folder de Google Drive o de Dropbox. Las ligas las podrás encontrar en

la la página:

<http://jaerazcuammx.wordpress.com/>

o bien en el aula virtual de *Google Classroom* (o en el aula virtual de la preferencia de tu maestro).

- Asistir SIEMPRE al SAI a asesoría para ...  
**¡externar tus inquietudes cada vez que tengas dudas!**
- Y cuando no tengas dudas, ¡también! Puedes venir a hacer preguntas del estilo:
  - “Profesor, estuve estudiando el libro y no pude seguir esta página”;
  - “Profesor, en la sección del libro que estamos estudiando, no sé cómo pasó de este renglón a este otro”;
  - “Profesor, esto que estudié, lo entendí así. ¿Puede revisarlo por favor?”;
  - “Profesor, este problema lo resolví de esta manera, pero no estoy seguro haberlo respondido bien. ¿Lo podemos revisar por favor?”;
  - “Profesor, este problema que resolví, lo resolví de esta manera. ¿Podemos revisar el procedimiento y mis cuentas, por favor?”
- Por lo tanto entregar, y en la medida de lo posible correctamente resueltas, las tareas asignadas de las unidades correspondientes. Y esto debe ser en tiempo y forma.
- Presentar exámenes y continuar trabajando bajo la constante supervisión de tus profesores.

## Guía y libro de texto para el curso de Cálculo Diferencial

El éxito en el estudio de las matemáticas requiere de entusiasmo, dedicación y organización. El entusiasmo y la dedicación son tu responsabilidad pero una buena organización requiere de una guía, un libro de texto y supervisión, orientación y apoyo por parte de tus profesores.

El propósito de la guía es proveerte un plan de trabajo para que estudies organizadamente y asimiles en un trimestre los contenidos del curso de CÁLCULO DIFERENCIAL.

El libro que estaremos usando de texto es el siguiente:

J. Stewart **Cálculo. 7E: Trascendentes tempranas**. Séptima (7<sup>a</sup>) edición. Cengage Learning Editores. 2012. [6]

O bien, la versión original y más reciente (que se tenga disponible) en inglés:

J. Stewart **Calculus: Early Trascendentals**. Thomson-Brooks-Cole.) [7]

Como apoyo, pueden usar el texto de:

G. B. Thomas **Cálculo: una variable**. Pearson. [8]

Estos textos te los facilitará el profesor en archivo pdf, o bien puedes encontrarlos en la Biblioteca de la UAM-Azcapotzalco para que no batalles leyendo el pdf en tu computadora o tableta.

Si bien la idea es tener varios caminos de estudio, usaremos este texto como base inicial. Durante el trimestre, de acuerdo a sus intereses, sean más teóricos o de aplicaciones, o bien más prácticos o de resolución de problemas, podremos usar otros textos como el de *N. Piskunov* o *Bugrov-Nikolski*, o textos clásicos como los de *Courant-John*, *Lax-Terrell*.

### **Organización del curso.**

Por otra parte, para que su aprendizaje progrese de manera ordenada y sistemática, así como para facilitar la supervisión de sus avances, el curso se ha dividido en varias unidades, usualmente en 10 u 11 unidades. Cada unidad establece su contenido, sus objetivos y las actividades que deben realizar para preparar los correspondientes exámenes.

En cada unidad se detallan el temario, los objetivos o indicadores de evaluación, es decir, los temas y habilidades relevantes en las evaluaciones de la unidad. Presten especial atención a estos objetivos o indicadores, porque en gran medida les sugieren el tipo de problemas y preguntas que encontrarán en los exámenes.

Descarguen (o imprimen, si lo prefieren) esta guía y consigan el libro de texto, sea en pdf o en físico en la biblioteca. Es muy importante que dispongan de estos materiales durante todo el trimestre porque –sumados a su dedicación y al apoyo de sus instructores– serán los principales soportes de su aprendizaje del presente curso en el SAI.



# Información general del curso de Cálculo Diferencial

A continuación encontrarás información fundamental para el desarrollo de tu trabajo en el curso de **Cálculo Diferencial** en el SAI. Es muy importante que presten especial atención a los objetivos del curso, los criterios de evaluación y las reglas de comportamiento.

## Objetivos

En este curso estudiarán los conceptos y métodos fundamentales del **Cálculo Diferencial** de funciones de una variable. Los objetivos generales son:

- Aplicar la definición de derivada para obtener la ecuación de la recta tangente a una curva y la velocidad instantánea de un objeto en movimiento.
- Aplicar el concepto de derivada para obtener y analizar las gráficas de funciones de una variable.
- Aplicar el concepto de derivada para resolver problemas de razón de cambio y optimización de interés en la ingeniería, pero también en la Física, la Química y otras ciencias.

Mientras, los objetivos específicos son:

1. Aplicar el concepto de la derivada en la determinación de rectas tangentes, velocidad y razones de cambio.
2. Calcular derivadas de funciones algebraicas y trascendentes.
3. Obtener y analizar la gráfica de una función real de variable real.
4. Resolver problemas de razón de cambio y optimización de interés en la ingeniería.
5. Calcular valores aproximados de algunas funciones en un punto mediante polinomios de Taylor.

## Horario y lugar de atención

Los horarios de atención dependen del trimestre en el que tomen este curso. Por favor revísenlos en la página web de la UAM-Azcapotzalco o en la página web del curso.

Las sesiones serán **en las instalaciones del SAI**, en el **salón E-204**. Se pretende que una de estas sesiones sea de 40 minutos de *clase “tradicional”* y el resto sea una *asesoría “grupala”*. El salón será anunciado en la página web del curso, en el *Google Classroom* (o aula virtual correspondiente a tu profesor) o bien por **e-mail**. O bien se los hará saber su profesor.

**Sesión adicional: (horas de asesoría)**. El profesor dará también una **sesión adicional** en las instalaciones del SAI (E-204). Esto como si fueran a horas de asesoría extra que algunos profesores ofrecen cuando dan cursos en la modalidad tradicional. El día y hora serán anunciadas en la página web del curso o en el aula virtual de *Google Classroom* durante los primeros días del trimestre. O s profesor les dirá.

El profesor tiene plena disposición para asesorarte, así como de recibir y atender todos tus comentarios, inquietudes y dudas referentes al curso. El profesor titular es responsable de elaborar las guías, exámenes y demás materiales de apoyo para este curso.

## Asesorías

*Pueden asistir a asesorías tantas veces como quieran, pero es necesario que hayan estudiado con anticipación* el material asignado que se indica en la guía. Procuren que sus preguntas sean concretas y bien formuladas y ... ¡piérdanle el miedo a su profesor!

Recuerda que está para ayudarlos a resolver sus dudas. Si necesitan asesoría adicional, pídanla a su profesor (en horario distinto a las sesiones regulares de clase-asesoría y por común acuerdo, es decir, pídanle una cita) o acudan al Centro de Matemáticas en el salón E-201.

## Guía y libro de texto

La guía del curso se las proporcionará su profesor. Al menos, aquí ya la tienen en sus manos.

La guía del curso está basada en el libro de texto:

- J. Stewart **Cálculo. 7E: Trascendentes tempranas**. Séptima (7<sup>a</sup>) edición. Cengage Learning Editores. 2012. [6]

O bien, la versión original y más reciente (que se tenga disponible) en inglés:

- J. Stewart **Calculus: Early Trascendentals**. Thomson-Brooks-Cole. [7]



Este texto no es el marcado en el programa oficial del curso. El texto marcado oficialmente es:

G. B. Thomas **Cálculo: una variable**. Decimotercera (13a) edición. 2015. Pearson. [8]

Es indispensable que dispongas de una copia (impresa o electrónica) de este libro y de la guía del curso.

### Textos adicionales.

Pueden usar el texto o textos que mejor les acomoden, pero deben hacer y entregar los problemas propuestos en esta guía. Entre otros textos recomendados para este curso están citados en la bibliografía y en la página del curso, aunque aquí también los cito.

1.

2.

3. **Más referencias son las siguientes**

4.

5.

Los siguientes textos, rusos, son una excelente referencia. Son un poco más densos y, podríamos decir, más avanzados, pero si los estudian les darán a ustedes una formación **EXCELENTE** en Cálculo.

6. P.E. Dankó, A.G. Popov y T.Ya. Kozhévnikova. **Matemáticas Superiores en Ejercicios y Problemas**. Parte 1. Editorial Mir Moscú. (Los ejercicios marcados con \* son tomados de esta referencia [2].)

7. *Piskunov*. **Cálculo Diferencial e Integral**. Volumen I. Editorial Mir Moscú. [5]

### Exámenes y tareas

Una de las actividades más importantes para que aprendan y dominen los temas del curso es **hacer las tareas**. Por esta razón, un requisito indispensable para la evaluación de cada unidad es que entreguen la tarea completa, bien escrita, correctamente resuelta (en la medida de lo posible), bien engrapada y en limpio.

1. **Para comenzar a estudiar una unidad nueva, es necesario que aprueben la unidad anterior**. Su profesor les evaluará la unidad correspondiente e indicará cuando pueden pasar a la unidad siguiente.

2. Para solicitar evaluación es necesario que:
  - a) Su tarea inmediata anterior tenga el Vo.Bo. del profesor del curso.
  - b) Hayan aprobado todas las unidades anteriores.
  - c) Para realizar su examen dispongan de CINCO hojas engrapadas tamaño carta, sin flecos y que no sean de re-uso.
3. Al recibir su examen, asegúrense de firmar el registro de exámenes y que el responsable de la sala de exámenes registre su examen en su expediente.
4. Al terminar su examen, deben pasar con su profesor para que lo califique, sea ese día o en la sesión siguiente.
5. Si se les va a calificar en la sesión siguiente, **NO SE LLEVEN SU EXAMEN A SU CASA**. Entréngelo a su profesor. De otro modo, se les anulará.
6. Asegúrense que su calificación quede registrada en su expediente o en el *Google Classroom*.
7. Su examen se llevará cabo durante las horas asignadas al curso. Aunque pueden solicitar examen durante un horario diferente, esto dependerá de la disponibilidad de su profesor.
8. **Copiar o dejar copiar en los exámenes es un delito académico grave porque fomenta la corrupción y la mediocridad.** Por este motivo, si se le sorprende copiando o dejando copiar recitarás el examen. Si reincides recibirás NA en TODO EL CURSO, sin opción para concluirlo en el SAI.
9. En los exámenes de este curso no se permite usar el libro de texto ni formularios personales (excepto con autorización de su profesor). Si te hace falta, solicita a tu profesor el Formulario de Cálculo del SAI o alguno necesario.

Inclusive pueden hacer preguntas a su profesor durante el examen y les dirá si es contenido que deben saber o les dará una sugerencia para resolver el problema, pero **por ningún motivo realicen una actividad ilegal durante su examen.**

Tampoco está permitido salir de la sala de exámenes (salvo para preguntarle alguna duda a su profesor) o salir de las instalaciones del SAI. Si lo hacen, se les anulará su examen.

## Criterios de evaluación

1. Para pasar el curso **deben aprobar TODAS las unidades que se especifican en esta guía**, así como los exámenes correspondientes.

2. Para los criterios específicos de evaluación y asignación de calificación y letra, consulta la página del curso o el aula virtual de *Google Classroom*. Algunos profesores cuentan puntos de tareas y exámenes, mientras otros únicamente califican con exámenes. Además, cada profesor da una ponderación diferente a cada examen.
3. Solamente si tienen **ocho** unidades aprobadas para semana 10 del trimestre, recibirán la oportunidad de concluir el curso durante la semana de exámenes globales, o bien durante el periodo de exámenes de recuperación.
4. Si no terminan el curso en el trimestre normal, y si tienes **ocho** unidades aprobadas en la semana de Exámenes Globales, pueden aprovechar las facilidades del SAI y, durante el periodo de exámenes de recuperación, avanzar con más unidades. Si terminan y aprueban todas las unidades antes del Examen de Recuperación, se les asentará su calificación si se inscriben al Examen de Recuperación inmediato al trimestre en curso.
5. Si no aprueban el curso en su primera oportunidad en el SAI, pero cuentan con cinco (o más) unidades aprobadas al terminar tu trimestre, en el siguiente trimestre pueden reanudar el curso a partir de la unidad en donde se quedaron, pero deben concluirlo en el nuevo trimestre.
6. IMPORTANTE PARA LOS ALUMNOS OYENTES:  
Serán considerados “oyentes” solamente aquellos alumnos que se hayan inscrito al sistema PROREC, *Programa de Apoyo a la Recuperación*. Todos los oyentes deben aprobar el curso en el trimestre correspondiente.  
  
Si son oyentes, deben tener aprobada la unidad 5 en la semana 5 para tener derecho a concluir el curso en dicho trimestre. (Si tienes 4 o menos unidades aprobadas al final de la semana 5, se les dará de baja del curso.)

## Comportamiento

Por respeto a su Alma Mater y al trabajo de los demás:

- No dañen el mobiliario. El estudiante de este curso que sea sorprendido dañando el mobiliario recibirá NA en el curso, sin opción para concluirlo en el SAI, y será reportado al Coordinador del SAI, a la División de Ciencias Básicas e Ingeniería y al coordinador de su ingeniería de estudio.
- En el salón de exámenes y en el área de atención del SAI, controlen su lenguaje, moderen el volumen de su voz y apaguen sus celulares, iPod, iPad, iPhone, smartphone, gadget, etc.
- Los profesores se reservan el derecho de suspender la asesoría o el examen a los estudiantes que violen estas normas.

## Recomendaciones generales

1. ¡Comprométanse con su educación y asuman su papel de estudiantes con responsabilidad, entusiasmo y dedicación!
2. Adquieran la disciplina de trabajar al menos dos horas diarias para este curso. Les recomendamos hacerlo en las instalaciones del SAI. *Aprendan a trabajar solos y en equipo.*
3. Antes de intentar los ejercicios, **estudien detenidamente en el libro de texto** los temas que se indican en la guía.
4. Esfuérzense por aprender a manipular expresiones algebraicas y a calcular correctamente con rapidez, precisión e ingenio.
5. Aprendan a distinguir las ideas importantes en las soluciones de los problemas y ejercicios, y a reproducirlas sin ayuda.
6. Razonen detenidamente todos los problemas que se les asignan en la guía; *inténtenlos muchas veces y ... ¡no tengan miedo a equivocarse!* Se aprende mucho de los errores; *¡lo malo es quedarse con dudas!*
7. La mejor manera de saber si están entendiendo un tema de matemáticas es tratando de resolver los problemas sin ayuda. Inténtenlos y si tienen dificultades, discútanlas con sus compañeros o *¡vengan al SAI para que les demos asesoría!* También pueden pedir asesoría en el Centro de Matemáticas.
8. Es muy importante para su formación profesional que adquieran el hábito de entregar sus trabajos bien presentados: **escritos en forma clara, concisa y ordenada, con sus propias palabras, con buena ortografía y utilizando correctamente la notación matemática, con diagramas y gráficas bien hechas.**
9. Adquieran el hábito de auto-crítica y de mejorar permanentemente su trabajo.
10. Aprendan a usar el formulario, la calculadora, Maple, SAGE, Matlab, Mathematica o GeoGebra. (*Maple 5, SAGE y GeoGebra son softwares libres; Mathematica y Matlab están disponibles en el Edificio T y en las computadoras del SAI*).

Pues ya estamos listos:

*¡Comencemos con su curso de CÁLCULO DIFERENCIAL en el SAI!*

## Parte I

# La Derivada: motivación, definición y sus reglas.



## Unidad 1

# La Derivada: motivación y definición

En esta unidad veremos cuáles fueron los motivos que hicieron surgir el concepto de Derivada. Con la creación de la Geometría Analítica, a ecuaciones se les asociaban figuras geométricas: en un punto de una figura, ¿cómo construir la ecuación de la recta tangente que pasa por dicho punto? De igual modo, científicos del siglo XVII trataban de describir la naturaleza y su movimiento. En particular, ¿cómo calcular la velocidad de un cuerpo que se desplaza en el espacio? Estos dos problemas fueron los que indujeron el concepto de Derivada. Aquí estudiaremos dichos problemas, así como también daremos la definición precisa de derivada. En la siguiente Unidad veremos sus reglas.

### 1.1. Objetivos

1. Usar la definición y las reglas básicas de derivación para calcular la derivada de una función.
2. Obtener la recta tangente a la gráfica de una función en uno de sus puntos.
3. Obtener la aproximación lineal estándar a una función en un punto dado.
4. Calcular la velocidad instantánea de un objeto en movimiento.
5. Calcular la tasa de cambio instantánea de una función en un instante dado.

### 1.2. Temario

1. Cálculo de la derivada de una función en un punto a partir de la definición.
2. Definición de recta tangente.
3. Definición de velocidad instantánea.

4. (Definición de aproximación lineal estándar.)
5. (Reglas de derivación: potencias, sumas, productos y cocientes.)
6. Derivadas de orden superior.
7. Continuidad y derivabilidad (diferenciabilidad).
8. Intervalos de derivabilidad.
9. (La derivada como razón de cambio en contextos concretos.)

Los temas entre paréntesis "()" son opcionales en esta Unidad.

### 1.3. Indicadores de evaluación

1. Calcular la derivada de una función en un punto dado a partir de la definición.
2. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en uno de sus puntos.
3. Decidir si una función es derivable en un punto dado e identificar gráfica y algebraicamente los intervalos de derivabilidad de una función.
4. Explicar gráfica y analíticamente la inexistencia de la derivada de una función en un punto dado.
5. Calcular derivadas de primer orden (y de orden superior usando las reglas de derivación para potencias, sumas, productos y cocientes.)
6. Analizar el movimiento rectilíneo de una partícula, determinando su velocidad y aceleración en cada instante a partir de su posición en movimiento.
7. (Interpretar la derivada como una razón de cambio en contextos concretos.)
8. Encontrar la aproximación lineal estándar y estimar los valores de una función alrededor de un punto dado.
9. Explicar gráficamente por qué una función puede ser continua en todos los puntos de su dominio pero no necesariamente derivable en algunos de ellos.



## 1.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # 1, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 1.

## 1.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 2.1:** *Problemas de la tangente y la velocidad.*
2. **Sección 2.7:** *Derivadas y razones de cambio.*
3. **Sección 2.8:** *La derivada como una función.*

### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 2.1:** *Problemas de la tangente y la velocidad .*  
Ejercicios de rutina **No usar Reglas de Derivadas:** 2, 4, 5 y 6.  
Ejercicios opcionales: 1, 3, 7, 8 y 9.  
Más ejercicios:  
**Ejercicios retadores:**  
Exercises (del texto en inglés): .
2. **Sección 2.7:** *Derivadas y razones de cambio.*  
Ejercicios de rutina **No usar Reglas de Derivadas:** 3, 6, 10, 11, 13, 15 y 18.  
Ejercicios opcionales: 4, 7, 8, 12, 20, 21, 22, 29, 30, 32 y 33 .  
Más ejercicios: 45, 46, 47 y 48.  
**Ejercicios retadores:** 53 y 54  
Exercises (del texto en inglés): .
3. **Sección 2.8:** *La derivada como una función.*  
Ejercicios de rutina **No usar Reglas de Derivadas:** 12, 14, 23, 27, 28, 37, 39, 49.  
Ejercicios opcionales: 13, 15, 16, 21, 26, 28, 41, 43, 45 .

Más ejercicios: 47, 49 y 50

Ejercicios retadores: 51, 52, 54, 56, 57 y 58.

Exercises (del texto en inglés): .

## 1.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudia las secciones 3.1, 3.2 y 3.4 de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas. (Para unidades posteriores: secciones 3.3 y 3.9)

### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 3.1:** 2, 3, 5, 8, 11, 14, 17, 19, 22, 24, 27, 29, , 39, 42 y 45.
2. **Sección 3.2:** 2, 5, 8, 11, 14, 17, 23, 26, 27, 30, , 31, 34, 36 y 53.
3. (Para Unidad 2. **Sección 3.3:** 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 29, 32, 33, 36, 39, 40, 41, 43, 45, 48, 65 y 66.)
4. **Sección 3.4:** 2, 4, 7, 8, 9, 14, 20 y 26.
5. (Para Unidad 4. **Sección 3.9.** 1, 3, 4, 7, 9, 12, 14, 15, 42, 43 y 44.)

## 1.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- ●
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- ●
- 
-

## 1.8. Problemas

En los siguientes problemas, **NO usar las reglas de diferenciación.**

- Calcule la derivada de las siguientes funciones a partir de la definición:
  - $y = x^2 - 1$
  - $y = \sqrt{1-x}$
  - Para la Unidad 2.  $y = \cos \theta$
- Encuentre las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las gráficas de las funciones siguientes en los puntos dados:
  - $y = x^2 - 1$ ,  $(2,3)$
  - $y = \sqrt{x}$ ,  $(4,2)$
  - $y = \frac{3x+1}{x}$ ,  $(1,4)$
- Para la Unidad 2. Usa las reglas de derivación (para sumas, productos y cocientes) para determinar los intervalos de derivabilidad de las siguientes funciones y calcula sus derivadas:
  - $y = 5x^3 - \sqrt[3]{x}$
  - $y = \left( \sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) \left( x + \frac{2}{x} \right)$
  - $y = \frac{(t+1)(t-2)}{(t-1)(t+2)}$
- Explique gráfica y analíticamente por qué la función  $f(x) = 3 + |3x - 6|$  no es derivable en  $x = 2$ , pero sí lo es en los demás valores de  $x$ . Calcule  $f'(x)$  para  $x \neq 2$ .
- Para Unidades 2. Utiliza reglas de derivación para calcular la primera y la segunda derivada de las siguientes funciones:
  - $y = x - \tan x$
  - $y = \frac{t+1}{t-1}$
  - $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- La posición de un cuerpo en el tiempo  $t$  es  $s = 12t - t^3$ , tomando  $t$  en segundos y  $s$  en metros. En cada caso determine:
  - La velocidad y la aceleración de ese cuerpo para  $t = 2$ .
  - Los instantes en que cambia de dirección el movimiento del cuerpo.
  - Los instantes y velocidades del cuerpo cuando pasa por  $s = 0$ .
- Expresé gráficamente y en lenguaje de derivadas los siguientes enunciados y sugiera funciones que modelen estas situaciones:
  - El precio del petróleo se ha mantenido estable.
  - El precio del petróleo está subiendo.
  - El precio del petróleo dejó de bajar.
- Para la Unidad 4. Para cada una de las siguientes funciones, encuentre la aproximación lineal estándar en los puntos dados:
  - $f(x) = \sqrt{x}$ , en  $a = 25$
  - $f(x) = \sqrt[4]{x}$ , en  $a = 16$

c)  $f(x) = \sec x$ , en  $a = 0$

Usando estas aproximaciones y sin usar tu calculadora, encuentre un valor aproximado de  $\sqrt{26}$ ,  $\sqrt[4]{15,5}$  y  $\sec(0,2)$ .

9. Para la Unidad 4. Se desea construir una tubería de hierro cuya longitud es de 2.5 km y cuyo radio interior es de 15 cm. Si se requiere que el radio exterior de esa tubería sea de 15.5 cm, utilice una aproximación lineal para estimar la cantidad de hierro que se necesita para su construcción. Luego, calcule el volumen exacto del hierro requerido y calcule el error de la aproximación.
10. Dibuje la gráfica de una función  $y = f(x)$ , que sea continua para toda  $x \in \mathbb{R}$ , pero que no sea derivable en  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 3$  y  $x = 10$ .

## Unidad 2

# Reglas de Derivación

En la Unidad anterior, vimos que el concepto de Derivada provino de resolver problemas que provienen de la física y geometría, en particular, de calcular velocidad y aceleración de un cuerpo en movimiento y de encontrar la ecuación de la recta tangente en un punto de una curva. Se puede encontrar ese concepto en muchos problemas y aplicaciones más, como veremos a lo largo del curso y verán en sus demás cursos que vayan tomando en su paso por sus carreras de ingenieros.

En particular, en estos dos ejemplos, usamos el concepto de función. Y en los demás ejemplos y aplicaciones que estudien y utilicen como ingenieros, el concepto de función y su derivada les aparecerá también muchas veces. Sin embargo, en cada una de las funciones que les aparezcan, para calcular su derivada usando la definición (es decir, *el límite cuando  $h$  tiende a cero ...*”) resultará casi siempre muy engorroso, latoso, un *“pain in the ass”* y, en su mayoría, imposible. Pero no nos preocupemos. Para ello, existen reglas que nos permitirán calcular de forma eficiente la derivada de cada una de estas funciones. Esto lo aprenderemos en esta Unidad.

### 2.1. Objetivos

1. Aplicar las reglas de derivación de potencias, sumas, productos, cocientes y de funciones trigonométricas en el cálculo de derivadas.
2. Resolver algunos problemas de razón de cambio.

### 2.2. Temario

1. Reglas de derivación: potencias, sumas, productos y cocientes.
2. Derivadas de orden superior.
3. Derivadas de funciones trigonométricas.
4. Aplicación de derivadas para estudiar situaciones en contextos reales.

### 2.3. Indicadores de evaluación

1. Usar las reglas de derivación de potencias, sumas, productos y cocientes para calcular derivadas de primer orden.
2. Calcular derivadas de funciones trigonométricas.
3. Calcular derivadas de orden superior.
4. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en uno de sus puntos.
5. Identificar gráfica y algebraicamente los intervalos de derivabilidad de una función.
6. Dada la posición de un objeto que se mueve en línea recta, determinar su velocidad y aceleración en cada instante.

### 2.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # 2, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 2.

### 2.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: *Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas*, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 3.1:** *Derivadas de funciones polinomiales y exponenciales.*  
De esta sección NO leer la subsección *Funciones exponenciales.*
2. **Sección 3.2:** *Reglas del producto y el cociente.*
3. **Sección 3.3:** *Derivadas de funciones trigonométricas.*

**Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas**1. **Sección 3.1:** *Derivadas de funciones polinomiales y exponenciales.**Ejercicios de rutina:* 20, 22, 23, 36, 45, 47, 48, 51 y 61.*Ejercicios opcionales:* 9, 11, 13, 15, 17, 21, 27, 30 y 33,*Más ejercicios:* 54, 55, 57, 73, 74, 75, 77.**Ejercicios retadores:** 59, 60, 64, 78, 79, 80.**Exercises** *(del texto en inglés):* .2. **Sección 3.2:** *Reglas del producto y el cociente.**Ejercicios de rutina:* 1, 7, 11, 29, 34, 41, 44, 46.*Ejercicios opcionales:* 8, 9, 10, 13 al 16, 18 al 22.*Más ejercicios:* 25, 30, 31, 35, 36, 39.**Ejercicios retadores:** 58, 58, 60, 62.**Exercises** *(del texto en inglés):* .3. **Sección 3.3:** *Derivadas de funciones trigonométricas.**Ejercicios de rutina:* 1 al 4, 14, 16, 33 y 35.*Ejercicios opcionales:* 17 al 19. .*Más ejercicios:* 7, 9 al 14, 30 al 32.**Ejercicios retadores:** 36, 37, 38, 53 al 56.**Exercises** *(del texto en inglés):* .**2.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones**

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

**Estudio del texto Thomas: 12a. edición**

Estudia las secciones 3.3 y 3.5 de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

**Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición**

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 3.3.** *Reglas de derivación:* 1, 4, 7, ..., 28, 29, 32, 33, 36, 39, 40, 43, 45 y 46.

2. **Sección 3.5.** *Derivadas de funciones trigonométricas:* 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 47, 48, 53 y 54.

## 2.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- •
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- •
- 
- 

## 2.8. Problemas

1. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a)  $y = 2x^5 - x^2 + 1,$

b)  $y = 7x^{-5/3} - 2\sqrt[5]{x},$

c)  $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 3\frac{3}{x^{2/3}}$

2. Calcule las derivadas de las siguientes funciones usando reglas de derivación:

a)  $y = \sqrt[5]{x}(x^3 - 5\sqrt[3]{x})$

b)  $y = x^{2/3} \sin x$

c)  $y = \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{x+1}{x+2}\right)$

3. Calcule la primera y la segunda derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = x^3 - x^2$

b)  $y = \frac{t+1}{t-1}$

c)  $y = \frac{x+1}{x^2+x+1}$

4. Encuentre la ecuación de las rectas tangente y normal a cada una de las gráficas de las siguientes funciones en los puntos dados:

a)  $y = 2x - x^2, \quad (1, 1);$

b)  $y = \sqrt{x}, \quad (4, 2).$

Esboza la gráfica de cada una de estas funciones, conjuntamente con las rectas tangente y normal en los puntos dados.

5. Calcule la primera y la segunda derivada de las siguientes funciones:

a)  $y = \cos \theta - 5 \sin \theta,$



$$b) y = \sqrt{x} \tan x,$$

$$c) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}.$$

6. Calcule la primera, la segunda y la tercera derivadas de las siguientes funciones:

$$a) y = x^3 - 5x^2 + 3x - 1,$$

$$b) y = x^2 \sin x,$$

$$c) y = \frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1}.$$

7. Encuentre la ecuación de las rectas tangente y normal a cada una de las gráficas de las siguientes funciones en los puntos dados:

$$a) y = 4 \sin x, \quad (\pi/4, 2\sqrt{2});$$

$$b) y = 3 \tan x, \quad (\pi/4, 3).$$

Esboce la gráfica de cada una de estas funciones, conjuntamente con las rectas tangente y normal en los puntos dados.

8. Esboce la gráfica de  $y = \cos x \sin x$  y determine gráfica y analíticamente los puntos en los que la tangente a la gráfica es horizontal.
9. Si la posición de una partícula en el eje  $y$  está dada por  $y = 5 \sin t \cos t$ , encuentre:
- Su posición, velocidad y aceleración en los instantes  $t = 0$ ,  $t = \pi/4$  y  $t = \pi$ .
  - Los instantes en los que la velocidad vale cero.
  - Los instantes en los que la aceleración es nula.



## Unidad 3

# Regla de la Cadena. Derivadas implícitas.

Hasta este momento, ya sabemos cómo calcular derivadas de funciones sencillas usando la definición, por ejemplo, derivadas de potencias o de las funciones  $\sin x$  y  $\cos x$ . Posteriormente, aprendimos reglas para calcular derivadas de funciones que son sumas, productos o cocientes de funciones y así poder calcular derivadas de polinomios o la función tangente.

Ahora bien, falta otro tipo de construcción para crear nuevas funciones de anteriores: la composición de funciones. La pregunta es entonces: ¿cómo le calculo la derivada a una función compuesta? La respuesta a esta pregunta es la *Regla de la Cadena*, que aprenderemos en esta Unidad.

Por otra parte, sabemos que una relación entre las variables  $x$  y  $y$ , por ejemplo  $R(x, y) = 0$ , definen curvas en el plano. En sectores de dichas curvas, por ejemplo, en un círculo, se puede expresar la  $y$  como función de  $x$ , por ejemplo, en alguno de los semicírculos. En la mayoría de los casos, es es laborioso o poco práctico, muy difícil o inclusive es imposible despejar la  $y$  como función de  $x$ . No obstante, es posible calcular la derivada en sectores en donde  $y$  sea función de  $x$ . Esto se logra mediante el uso de la Regla de la Cadena y a esto se le llama *Diferenciación Implícita*, la cual aprenderemos también en esta Unidad.

### 3.1. Objetivos

1. Usar la regla de la cadena para calcular derivadas de funciones explícitas e implícitas.
2. Aplicar la Regla de la Cadena para resolver problemas de evolución en diferentes casos en las ciencias y la ingeniería.

### 3.2. Temario

1. La Regla de la Cadena.

2. Diferenciación de funciones implícitas.

### 3.3. Indicadores de evaluación

1. Usar la Regla de la Cadena para calcular derivadas.
2. Calcular derivadas de funciones implícitas.
3. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal en un punto dado de una curva definida implícitamente.

### 3.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # 3, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 3.

### 3.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 3.4:** *Regla de la cadena*. Saltarse los ejemplos 7 y 9 .
2. **Sección 3.5 :** *Derivación implícita*. Saltarse “Derivadas de las funciones trigonométricas inversas” el ejemplo 5.

#### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 3.4:** *Regla de la cadena*.  
Ejercicios de rutina: 1 al 4. del 7 al 11, 21, 22, 42, 45, 46. También 53, 54 y el 58.  
Ejercicios opcionales: 13, 14, 17 al 20, 73, 74, 77, 79, 80, 81 .  
Más ejercicios: 59, 60, 61 al 64,  
**Ejercicios retadores:** 74, 75. Del 91 al 98.  
Exercises (del texto en inglés): .

2. **Sección 3.5** : *Derivación implícita.*

Ejercicios de rutina: Del 1 al 4. El 25,31, 32, 36 y 37.

Ejercicios opcionales: 5 al 9. 16, 18, 20.,26, 33, 34, .

Más ejercicios: 33 al 36. 43, 71 .

Ejercicios retadores: 40, 44 al 48. 65, 66, 69, 70, 79 y 80.

Exercises (del texto en inglés): .

### 3.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudie las secciones 3.6 y 3.7 de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

#### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 3.6**: 1, 4, 7,..., 76.

2. **Sección 3.7**: 2, 5, 8, 11,..., 44.

### 3.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- •
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- •
- 
-

## 3.8. Problemas

1. Use la regla de la cadena para calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = 1 + 2x - x^3)^7$ ,

b)  $\sqrt[5]{r^2 - \sqrt{r}}$ .

2. Emplee la regla de la cadena para calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = \left(\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}\right)^4$ ,

b)  $y = \cos\left(t^2 + \frac{2}{t}\right)$ .

3. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = 3x^2 \sqrt[4]{2 - x^3}$ ,

b)  $y = \pi x \sin(3x^2)$ .

4. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = (1 - \theta^2)^3 \sqrt{2\theta^3 + 1}$ ,

b)  $y = \frac{5 \sin(\theta^2)}{1 + \cos \sqrt{\theta}}$ .

5. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = \left(\frac{1 - \sqrt{\theta}}{\sin(\theta^2)}\right)^2$ ,

b)  $y = \sqrt[3]{\theta + \sin^2 \sqrt{\theta}}$ .

c)

6. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = \pi \sin^2(\sec(5t^3)) - 4 \tan^2\left(\cos\left(\sqrt[3]{5t^2 + 1}\right)\right)$ ,

b)  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$ .

7. Utilice derivación implícita para calcular
- $y'$
- :

a)  $x^3 + y^3 = 2xy$ ,

b)  $\sqrt{x+y} = xy$ .

8. Utilice derivación implícita para calcular
- $y'$
- :

a)  $x^{2/3} + y^{2/3} = \cos(xy)$ ,

b)  $xy^2 = \frac{\sin(x-y)}{\cos(x+y)}$ .

9. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las siguientes curvas en los puntos dados:

a)  $y^4 = y^2 - x^2$ ,  $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}\right)$ ,

b)  $y^2(2-x) = x^3$ ,  $(1, 1)$ .

10. La posición
- $y(t)$
- de una partícula está dada implícitamente por
- $t^2(t-y)^2 = t^2 - y^2$
- . Encuentre su velocidad en
- $t = 1$
- si se sabe que
- $y(1) = 1$
- .

## Parte II

# Aplicaciones de la Derivada





## Unidad 4

# Tasas relacionadas, linealización y valores extremos

Ya sabemos que una función es una expresión que relaciona una cantidad que cambia (variable independiente) con otra que se mueve (variable dependiente) cuando la primera va cambiando. Y la derivada de esta función nos dice qué tan rápido cambia cuando la variable independiente cambia.

Ahora bien, podemos tener dos funciones que están relacionadas, y que si una de estas funciones cambian (cuando la variable independiente cambia), también cambia la segunda función. La pregunta es entonces la siguiente: ¿cómo cambia la segunda función cuando la primera cambia? Por ejemplo, si tengo dos engranes unidos por una cadena y sabemos la razón de cambio de uno de ellos, queremos saber qué tan rápido cambia el segundo de ellos. Este es el tema de esta unidad.

Por otra parte, muchas veces una función es difícil de calcular para un valor de su variable independiente. No obstante, podemos obtener una nueva fórmula muy sencilla que nos servirá para poder calcular los valores aproximados de dicha función. Esta fórmula es tan sencilla que será muy conveniente aprender a escribirla. Esta fórmula es la aproximación lineal de una función cerca de un valor de la misma y eso aprenderemos también a hacerlo aquí.

Y bueno, uno de los problemas de la vida cotidiana es cómo minimizar ciertas cantidades, o cómo aprovechar el máximo de otras. Estos problemas, cuando los podemos escribir con matemáticas, son fáciles de resolver usando Cálculo. Por ejemplo, para el uso de una hoja de papel, cómo aprovecharla al máximo. O cómo hacer el menor tiempo posible para llegar de un punto a otro. Estos problemas los aprenderemos a resolver en esta unidad y en la siguiente. En esta, por lo pronto, veremos los conceptos y las ideas básicas que nos servirán de base para problemas un tanto más sofisticados.

### 4.1. Objetivos

1. Aplicar la derivada para resolver problemas que involucren tasas de cambio que relacionen una función con otra.
2. Encontrar la aproximación lineal en un punto de la gráfica de una función. Encontrar la aproximación lineal cerca del valor de una función correspondiente al valor de la variable independiente.
3. Encontrar los valores extremos (mínimos y máximos) de una función. Valores extremos locales y globales (absolutos) en intervalos cerrados finitos y en intervalos infinitos.
4. Obtener y clasificar los puntos críticos de una función.

### 4.2. Temario

1. Problemas de tasas relacionadas.
2. Linealización y diferenciales.
3. Teoremas de Rolle y del valor medio.
4. Puntos críticos y valores extremos locales y absolutos (globales) de una función.

### 4.3. Indicadores de evaluación

1. Usar la derivada para resolver problemas de tasas relacionadas.
2. Encontrar la aproximación lineal estándar y estimar los valores de una función alrededor de un punto dado.
3. Usar la aproximación lineal estándar para estimar funciones en contextos reales.
4. Utilizar la notación de Leibniz para calcular derivadas.
5. Utilizar la aproximación diferencial para estimar el cambio de una función derivable alrededor de un punto dado.
6. Determinar gráficamente los valores máximo y mínimo locales (relativos) de una función.
7. Determinar gráficamente los valores máximo y mínimo absolutos de una función continua en un intervalo.
8. Determinar los puntos críticos de una función.
9. Determinar gráfica y analíticamente los valores máximo y mínimo absolutos de una función en un intervalo cerrado finito dado.

#### 4.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # 4, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 4.

#### 4.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

##### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 3.9:** *Razones relacionadas.*
2. **Sección 3.10:** *Aproximaciones lineales y diferenciales.*
3. **Sección 4.1:** *Valores máximos y mínimos.*

##### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 3.9:** *Razones relacionadas.*  
Ejercicios de rutina:, 10, 12, 14, 16 y 21.  
Ejercicios opcionales: 1, 2, 3, 15, 20  
Más ejercicios: 41, 42, 43, 44.  
Ejercicios retadores: 26, 27, 34, 35, 36, 38, 39 y 40.  
Exercises (del texto en inglés): .
2. **Sección 3.10:** *Aproximaciones lineales y diferenciales.*  
Ejercicios de rutina: 2, 5, 7, 30 y 31.  
Ejercicios opcionales: 3, 8, 9, 18, 20, 35, 36, 39, y 40 .  
Más ejercicios:  
Ejercicios retadores:  
Exercises (del texto en inglés): .
3. **Sección 4.1:** *Valores máximos y mínimos.*  
Ejercicios de rutina: 5, 15, 25, 34, 69 y 73.  
Ejercicios opcionales: 6, 28, 33, 35, 71.  
Más ejercicios:  
Ejercicios retadores: 7, 8, 11, 12, 63, 74 al 78 .  
Exercises (del texto en inglés): .

#### 4.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

##### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudia las secciones **3.8. Tasas relacionadas**, **3.9. Linealización y diferenciales** y **4.1. Valores extremos de funciones** de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

##### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 3.8. Tasas relacionadas:** 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29 y 32.
2. **Sección 3.9. Linealización y diferenciales:** 1, 3, 4, 7, 9, 12, 14, 15, 17, 20, 23, 26, 29 y 32..
3. **Sección 4.1. Valores extremos de funciones:** 3, 6, ..., 63.

#### 4.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- ●
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- ●
- 
-

## 4.8. Problemas

1. Dos personas parten del mismo punto, una hacia el oeste a 30 km/hr y la otra hacia el sur a 20 km/hr. ¿Con qué rapidez cambia la distancia entre ambas después de 3 minutos?
2. Una niña vuela un cometa a 80 m de altura. Si el viento aleja horizontalmente el cometa a 10 m/seg, ¿qué tan rápido debe soltar la cuerda cuando el cometa se encuentra a 100 m de ella?
3. Determine la linealización de  $f(x)$  en los puntos dados.
  - a)  $f(x) = x^2 - x$ ,  $a = 2$ ,
  - b)  $f(x) = \sin x$ ,  $a = \pi/3$ .

Enseguida, esboce las gráficas de estas funciones con sus correspondientes linealizaciones en los puntos dados.

4. Utilice aproximaciones lineales para obtener, sin calculadora, un valor aproximado de:
  - a)  $\sqrt{17}$ ,
  - b)  $(28)^{2/3}$
  - c)  $\tan(70^\circ)$ .

¿En cuántos decimales coinciden las aproximaciones con los resultados que se obtienen directamente de tu calculadora?

5. Una carretera recta cruza perpendicularmente un río, también recto, a través de un puente de 100 m de altura. Un barco que se encuentra a 5 km se acerca al puente a 20 km/h y un automóvil que se encuentra a 30 km se acerca al puente a 90 km/h. Determine:
  - a) La distancia entre el barco y el automóvil cinco minutos antes de que el barco pase debajo del puente.
  - b) El instante en el que la distancia entre el barco y el automóvil es la menor posible.
  - c) La velocidad con la que se acercan el barco y el automóvil cuando el automóvil pasa sobre el río.
6. Utiliza la notación de Leibniz para calcular las derivadas de las siguientes funciones:
  - a)  $y = x(1+x)^{1/2}$ ,
  - b)  $y = x \sin 5x$ ,
  - c)  $y = \tan(x - \sqrt{x})$ .
7. Utilice linealización para estimar el cambio  $\Delta A = A(2 + \Delta r) - A(2)$  en el área  $A = \pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + 4}$  de un cono circular recto de radio  $r$  y altura 2, cuando el radio pasa de 2 a  $2 + \Delta r$ .
8. Encuentre los puntos críticos y determina los valores máximo y mínimo absolutos de las siguientes funciones:
  - a)  $y = \frac{x}{1+x^2}$ ,
  - b)  $y = \cos 3x$ ,
  - c)  $y = \frac{1}{1-2x+x^2}$ .

Use esta información para esbozar las gráficas.

9. Determine los valores máximo y mínimo absolutos de las siguientes funciones e indica los puntos en donde se alcanzan:

a)  $y = x^2 - 3x + 1, \quad -2 \leq x \leq 7;$

b)  $y = x - 2 \cos x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi;$

c)  $y = (x - 2)^{(2/3)}, \quad -2 \leq x \leq 5.$

Use esta información para esbozar las gráficas.

10. La altura de un cuerpo que se mueve verticalmente está dada por  $h = -5t^2 + 4t + 3$ , con  $h$  en metros y  $t$  en segundos. Encuentra la altura máxima de ese cuerpo.

## Unidad 5

# Primer Unidad de Integración

En esta Unidad tendrán la oportunidad de pensar, re-pensar y sobre todo, reflexionar sobre los conocimientos que han adquirido pero, sobre todo, ¡los que no han adquirido aún! Entonces, ésta es una oportunidad para que refuercen lo que ya saben y adquieran, aprendan y *aprehendan* lo que aún les falta, lo que les costó trabajo, lo que les ha confundido, ... Es una oportunidad para que se den el tiempo de terminar de aprender sus nuevos conocimientos.

**¡Y no olviden asistir a asesorías trayendo lo que no entiendan aún!**

### 5.1. Objetivos

Reafirmar, unificar e integrar los temas, conceptos y métodos estudiados en las primeras cuatro unidades del curso.

### 5.2. Temario

El contenido de esta unidad es el de las cuatro unidades anteriores.

### 5.3. Indicadores de evaluación

1. Entender, explicar y poder desarrollar el concepto de derivada, así como sus principales dos motivos de iniciación: el cálculo de rectas tangentes en un punto de la gráfica de una función y el concepto de velocidad de una partícula.
2. Aplicar las reglas básicas de derivación: potencias, sumas, productos, cocientes, funciones trigonométricas, regla de la cadena y funciones implícitas, para calcular derivadas de primer orden y de orden superior.
3. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en uno de sus puntos.

4. Identificar gráfica y algebraicamente los intervalos de derivabilidad de una función.
5. Dada la posición de un objeto que se mueve en línea recta, determinar su velocidad y aceleración instantáneas.
6. Usar la derivada para resolver problemas de tasas relacionadas.
7. Encontrar la aproximación lineal estándar y estimar los valores de una función alrededor de un punto dado.
8. Utilizar la notación de Leibniz para calcular derivadas.
9. Estimar el cambio de una función derivable alrededor de un punto dado, utilizando la aproximación diferencial.
10. Determinar los puntos críticos de una función.
11. Determinar gráfica y analíticamente los valores máximo y mínimo absolutos de una función en un intervalo cerrado finito dado.

#### 5.4. Actividades

1. Revisen el material de las **cuatro** unidades anteriores, de acuerdo a lo que te señalan los indicadores de evaluación de esta unidad, especialmente el que no les haya quedado muy claro. **¡ESTA ES UNA EXCELENTE OPORTUNIDAD PARA QUE REVISEN A PROFUNDIDAD LOS TEMAS QUE NO HAYAN ENTENDIDO BIEN EN LO QUE VA DEL CURSO Y RESUELVAN TODAS SUS DUDAS! ¡Asistan a asesoría tantas veces como les haga falta!** *Recuerden que la calificación que obtengan en esta unidad valdrá el 33 % de su calificación final.*
2. Para presentar su primer examen integrador **DEBEN ENTREGAR UN ENSAYO EN EL QUE ENUNCIEN las leyes del movimiento de Newton y expliquen porqué son importantes las derivadas en la formulación matemática de las dos primeras.** Su ensayo debe ser de una cuartilla y deben escribirlo a mano, con sus propias palabras, de manera clara y con buena ortografía. No olviden que copiar textualmente de su fuente de información sin dar el crédito correspondiente es un plagio.
3. Si necesitan más práctica, les sugiero que realicen los *Ejercicios opcionales* o los *Más ejercicios* que vienen en cada una de las Unidades anteriores.
4. Les sugerimos aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 5.
5. **Si reciclan dos veces su primer examen integrador, para presentarlo por tercera vez es indispensable que entreguen la siguiente lista de problemas correctamente resuelta.**



## 5.5. Problemas

- Mientras Jorge camina por un sendero recto a 2 m/seg lo enfoca un reflector que se encuentra en el piso, a 10 m del sendero. ¿Con qué rapidez gira el reflector 5 segundos después de que Jorge pasó por el punto más cercano al reflector?
- Calcule la primera y la segunda derivadas de las siguientes funciones:

$$a) y = (x^3 - 5x^2 + 3x - 1)^2,$$

$$b) y = x^2 \sin^2 x,$$

$$c) y = \frac{\tan \theta^2}{\sec \theta^2 - 1}.$$

- Esboce la gráfica de  $y = \sin x + \cos x$  y determine, gráfica y analíticamente, los puntos en los que la tangente a la gráfica es horizontal.
- Encuentra la ecuación de las rectas tangente y normal a cada una de las gráficas de las siguientes funciones en los puntos dados:

$$a) y = \sqrt{3x^2 + 1}, \quad (1, 2),$$

$$b) y = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2}, \quad \left(0, \frac{1}{2}\right).$$

c)

Esboce la gráfica de cada una de estas funciones, conjuntamente con las rectas tangente y normal en los puntos dados.

- Si la posición de una partícula en el eje  $y$  está dada por  $y = \sin t + \cos t$ , encuentre:

a) Su posición, velocidad y aceleración en los instantes  $t = 0$ ,  $t = \pi/4$  y  $t = \pi$ .

b) Los instantes en los que la velocidad vale cero.

c) Los instantes en los que la aceleración es nula.

- Utilice derivación implícita para calcular  $y'$  si:

$$a) x^3 + xy^2 = y/x,$$

$$b) \sqrt{x-y} = x^2y.$$

- Encuentre las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las siguientes curvas en los puntos dados:

$$a) y^3 + xy^2 - x^2y = 1, \quad (1, 1),$$

$$b) \sin y + x \cos y = 3y, \quad (0, 0).$$

- La posición  $y(t)$  de una partícula está dada implícitamente por  $2 + (t - y)^2 = t^2 - y^2$ . Encuentre su velocidad en  $t = 2$  si se sabe que  $y(2) = 1$ .

- Utilice aproximaciones lineales para obtener, sin calculadora, un valor aproximado de

$$a) \sqrt{66},$$

$$b) 9^{2/3}.$$

¿En cuántos decimales coinciden las aproximaciones con los resultados que se obtienen directamente de su calculadora?

- Determine los valores máximo y mínimo absolutos de las siguientes funciones e indique los puntos en donde se alcanzan:

$$a) y = x^4 2x^3, \quad -2 \leq x \leq 7,$$

$$b) y = \sqrt{3}x + 2 \sin x, \quad -4 \leq x \leq 3.$$

Use esta información para esbozar las gráficas.



## Unidad 6

# Monotonía, concavidad y trazado de gráficas)

### 6.1. Objetivos

1. Dada una función, determinar su dominio, sus ceros, sus puntos críticos, sus puntos de inflexión, sus intervalos de monotonía, sus intervalos de concavidad y usar esta información para esbozar su gráfica.
2. Determinar los intervalos de monotonía de una función mediante el signo de su derivada.
3. Dada una función, determinar: dominio, ceros, asíntotas, extremos locales, intervalos de monotonía, intervalos de concavidad, puntos de inflexión y esbozo gráfico.

### 6.2. Temario

1. El teorema del valor medio.
2. Funciones crecientes y funciones decrecientes.
3. Criterio de la primera derivada para extremos locales.
4. Puntos de inflexión.
5. Concavidad y trazado de gráficas.
6. Criterio de la segunda derivada para extremos locales.
7. Teoremas de Rolle y del valor medio.
8. Determinación de los intervalos de monotonía de una función por el criterio de la primera derivada de la función.

## UNIDAD 6. MONOTONÍA, CONCAVIDAD Y TRAZADO DE GRÁFICAS

9. Clasificación de puntos críticos de una función por medio de la monotonía de la función.
10. Criterio de la segunda derivada para clasificar puntos críticos.
11. Determinación de los intervalos de concavidad de una función y puntos de inflexión, usando la segunda derivada.
12. Gráfica de funciones.

### 6.3. Indicadores de evaluación

1. Usar el teorema del valor medio para argumentar por qué la diferencia de dos funciones que tienen la misma derivada en un intervalo debe ser una constante.
2. Utilizar el teorema del valor medio para acotar el número de ceros de una función monótona.
3. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la primera derivada para clasificarlos.
4. Determinar los intervalos de monotonía de una función, mediante el signo de su primera derivada.
5. Determinar los valores máximos y mínimos locales y absolutos de una función en un intervalo dado.
6. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la segunda derivada para clasificarlos.
7. Determinar los puntos de inflexión de una función mediante el cambio de signo de la segunda derivada.
8. Determinar los intervalos de concavidad de una función, mediante el signo de su segunda derivada.
9. Dada una función, determinar su dominio, sus ceros, sus puntos críticos, sus puntos de inflexión, sus intervalos de positividad, sus intervalos de monotonía, sus intervalos de concavidad, sus asíntotas horizontales y verticales y usar esta información para esbozar su gráfica.

### 6.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.

2. Entreguen la tarea de la Unidad # 6, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 6.

### 6.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 4.2:** *Teorema del valor medio.*  
Saltarse el Ejemplo 6.
2. **Sección 4.3:** *Cómo afecta la derivada la forma de una gráfica.*  
Saltarse el Ejemplo 8.

#### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 4.2:** *Teorema del valor medio.*  
Ejercicios de rutina: 1, 5, 7, 9, 17, 30, 34, 35.  
Ejercicios opcionales: 2, 3, 4, 6, 8, 10, 18, 31.  
Más ejercicios: 15, 16, 20, 32,  
Ejercicios retadores: 15, 16 y del 21 al 31.  
Exercises (del texto en inglés): .
2. **Sección 4.3:** *Cómo afecta la derivada la forma de una gráfica.*  
Ejercicios de rutina: 9, 12, 21, 45, 61, 63, 64.  
Ejercicios opcionales: 2, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 17, 19, 20.  
Más ejercicios: 1, 3, 5, 7, 24, 26, 28, 31, 32, 55, 57, 59.  
Ejercicios retadores: 25, 27, 29, 30, 67, 69, 70, 71.  
Exercises (del texto en inglés): .

### 6.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudia las secciones **Sección 4.2:** *El teorema del valor medio*, **Sección 4.3:** *Funciones monótonas y el criterio de la primera derivada* y **Sección 4.4:** *Concavidad y trazado de curvas* de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

## UNIDAD 6. MONOTONÍA, CONCAVIDAD Y TRAZADO DE GRÁFICAS

### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 4.2:** *El teorema del valor medio:* 2, 5, 8, 11, 14, 19, 21, 23, 26, 31, 34, 38, 41, 44, 50 y 52.
2. **Sección 4.3:** *Funciones monótonas y el criterio de la primera derivada:* 3, 6, 9, ..., 51.
3. **Sección 4.4:** *Concavidad y trazado de curvas:* 2, 5, 8, ..., 83.

### 6.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- •
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- •
- 
- 

### 6.8. Problemas

1. Use derivadas para verificar que, dos a dos, las siguientes funciones difieren únicamente por una constante:
  - a)  $f(x) = \sin^2 x$ ,
  - b)  $g(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x)$ ,
  - c)  $h(x) = -\cos^2 x$ .
2. Determine el número de raíces que tiene cada una de las siguientes ecuaciones en los intervalos dados:
  - a)  $2x^3 + 3x^2 - 12x + 6 = 0$ .  $-2 \leq x \leq 12$ ;
  - b)  $x + \sin\left(\frac{x}{3}\right) = 8$ .  $x \in \mathbb{R}$ .
3. Determine la posición  $x(t)$  de un cuerpo que se desplaza en línea recta, cuya velocidad  $v(t) = dx/dt$  y posición inicial  $x(0)$  están dadas como sigue:
  - a)  $v(t) = 3t + 1$ ,  $x(0) = 1$ ;
  - b)  $v(t) = 4t - 5 \sin(2t)$ ,  $x(0) = 3$ .

4. Un tanque en forma de cono invertido de 2 m de radio y 3 m de altura está lleno de agua. Demuestra que si el agua se desaloja a 40 litros por segundo entonces,  $t$  segundos después de iniciar el vaciado, la altura  $h(t)$  del nivel del agua está dada (en metros) por

$$h(t) = 3 \left( 1 - \frac{t}{100\pi} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

5. Encuentre los intervalos de monotonía y determina y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones si sus derivadas están dadas como sigue:

- a)  $f'(x) = x(x - 2)$ ,  
 b)  $g'(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$ .  
 c)  $h'(x) = x^2 - 2x + 1$ .

6. Encuentre los puntos críticos de las siguientes funciones y use el criterio de la primera derivada (o el de la segunda derivada) para clasificarlos:

- a)  $f(x) = x^4 - 4x$ ,  
 b)  $g(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 5}$ .

7. Encuentre el valor mínimo de la función

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

en el intervalo  $(0, \infty)$ .

8. Encuentre los intervalos de concavidad y determina los puntos de inflexión de las siguientes funciones si sus segundas derivadas son:

- a)  $f'(x) = x(x - 2)$ ,  
 b)  $g'(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$ .  
 c)  $h'(x) = 4x^2 + 4x + 1$ .

9. Determina el dominio, el rango, los intervalos de monotonía, los puntos críticos, los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = x^4 - 3x^2$ ,  
 b)  $g(x) = \frac{4x}{4x^2 + 1}$ .

Utilice esta información para esbozar sus gráficas.

10. Encuentre los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = x^4$ ,  
 b)  $g(x) = x|x|$ ,  
 c)  $h(x) = 2 - (x - 2)^{1/3}$ .

11. Dada la función  $f(x) = x^2\sqrt{1 - x^2}$ :

- a) Encuentre su dominio  
 b) Determine su paridad.  
 c) Encuentre sus ceros y sus intervalos de positividad.  
 d) Determine sus puntos críticos y sus intervalos de monotonía.  
 e) Determine sus puntos de inflexión y sus intervalos de concavidad.  
 f) Encuentre las ecuaciones de sus asíntotas.  
 g) Use la información anterior para esbozar su gráfica.





## Unidad 7

# Optimización aplicada

Este capítulo es uno de los centrales en el Cálculo Diferencial para estudiantes de Ingeniería. Si bien los problemas aquí presentados son ciertamente un tanto “irreales”, les he insistido que nos preparen para aprender a resolver problemas, a pensar, a echar a andar a “la ardillita” que traemos en nuestro cerebro. Aprenderán a plantear con matemáticas un problema planteado con palabras.

Más aún, podrán determinar valores óptimos de ciertas cantidades que aparecen en diversos problemas de la ingeniería, por ejemplo, minimizar costos, maximizar bienes, minimizar tiempos, maximizar espacios, o inclusive minimizar costos de producción.

En esta Unidad, pondrán en práctica (¡y a prueba!) los conocimientos adquiridos hasta el momento en su curso: planteamiento de funciones, dominios, cálculo de derivadas, crecimiento y decrecimiento de funciones y graficado de funciones.

### 7.1. Objetivos

1. Utilizar derivadas para resolver problemas aplicados de máximos y mínimos.
2. Resolver problemas más o menos concretos (aunque un tanto o bastante idealizados) usando las ideas del Cálculo Diferencial.
3. Aprender a escribir este tipo de problemas de optimización (los cuales están descritos únicamente con palabras) en lenguaje matemático, en particular, usando los conceptos de función y derivada,
4. Para esto último, aprender a distinguir las variables dependientes e independientes en los problemas de aplicación y escribirlos como funciones de una sola variable.

5. Aprender a distinguir cuales de los conceptos que aparecen en aplicaciones son variables importantes de las que no lo son para despreciarlas, así como también aprender a distinguir las que son variables o constantes.

## 7.2. Temario

1. Gráficas de funciones.
2. Problemas de optimización.
3. Utilizar la derivada para resolver problemas de optimización.

## 7.3. Indicadores de evaluación

1. Utilizar el concepto de función para expresar las cantidades físicas, económicas biológicas o de ingeniería para poder utilizarlas y poder calcular valores.
2. Utilizar la derivada para resolver problemas de optimización.

## 7.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante. Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # 7, bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 7.

## 7.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: *Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas*, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 4.7:** *Problemas de optimización.*

### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección 4.7:** *Problemas de optimización.*

*Ejercicios de rutina:* 6, 7, 8, 11, 12, 16, 27, 46, 47, 48.

*Ejercicios opcionales:* 1 al 5, 13, 17, 23, 29, 33, 36, 39, 40.

*Más ejercicios:* 9, 10, 14, 15, del 19 al 22, 24, 30, 32, 34, 35, 37, 38, 41.

**Ejercicios retadores:** 18, 49, 50, 51, 57, 67, 68, 69, 70, 71.

**Exercises** (del texto en inglés): .

### 7.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

#### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudia la **Sección 4.5**, *Optimización aplicada*, de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

#### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección 4.5.** *Optimización aplicada:* 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 20 y 22.

### 7.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- •
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- •
- 
-

## 7.8. Problemas

1. Encuentre la mínima distancia del punto  $(-2, 1)$  a la recta  $x + y = 2$ .
2. Se tienen 100 m de cerca para construir un corral rectangular con tres divisiones paralelas a uno de sus lados. ¿Cuánto debe valer el largo y el ancho del corral para que su área sea máxima?
3. Determine las dimensiones que debe tener una lata cilíndrica, con tapa, de  $1 \text{ dm}^3$  de volumen, que utilice la menor cantidad de aluminio para su construcción.
4. Se desea minimizar un cartel rectangular cuya área de impresión es de  $300 \text{ cm}^2$ , con márgenes superior e inferior de 10 cm y márgenes laterales de 6 cm cada uno. Encuentre las dimensiones que debe tener el cartel que use la menor cantidad de papel.
5. Encuentre las dimensiones del cilindro de mayor volumen que se puede inscribir en una esfera de 1 m de radio.
6. Encuentre las dimensiones del cono de menor volumen que circunscribe a un cilindro de radio 5 cm y altura 9 cm. Se supone que las bases del cono y del cilindro son coplanares y tienen el mismo centro.
7. Se quiere diseñar un recipiente cilíndrico con tapa de 1 litro de volumen. Si el  $\text{m}^3$  de material para la tapa y la base cuesta el doble que el de los lados, ¿cuáles son el radio y la altura del recipiente más económico?
8. Se desea construir un cometa pegando las bases de dos triángulos isósceles, cada uno de base  $2x$ . Si los lados restantes del primer triángulo deben medir 30 cm y los del segundo de 40, ¿cuánto debe valer  $x$  para que el área del cometa sea máxima?
9. Se quiere diseñar una caja rectangular de base cuadrada de  $1 \text{ m}^3$  de volumen. Si el  $\text{m}^2$  de material para la tapa vale 20 pesos, el de la base 50 y el de los lados 30, determine las dimensiones de la caja más económica.
10. Juan se encuentra en un punto A de la orilla de un lago circular de 1 km de radio y desea ir al punto B, opuesto a A en el otro lado del lago. Si Juan dispone de un bote que navega a 3 km/h y camina a razón de 4 km/h. Determine el tiempo que Juan debe caminar para llegar a B en el menor tiempo posible.

## Unidad 8

# Segunda Unidad de Integración

En esta Unidad tendrán la oportunidad de pensar, re-pensar y sobre todo, reflexionar sobre los conocimientos que han adquirido pero, sobre todo, ¡los que no han adquirido aún! Entonces, ésta es una oportunidad para que refuercen lo que ya saben y adquieran, aprendan y *aprehendan* lo que aún les falta, lo que les costó trabajo, lo que les ha confundido, ... Es una oportunidad para que se den el tiempo de terminar de aprender sus nuevos conocimientos.

**¡Y no olviden asistir a asesorías trayendo lo que no entiendan aún!**

### 8.1. Objetivos

1. Reafirmar, unificar e integrar los temas, conceptos y métodos estudiados en las primeras siete unidades del curso.

### 8.2. Temario

1. El contenido de esta unidad es el de las seis unidades anteriores.

### 8.3. Indicadores de evaluación

1. Utilizar el teorema del valor medio para acotar el número de ceros de una función monótona.
2. Usar el teorema del valor medio para argumentar por qué la diferencia de dos funciones que tienen la misma derivada en un intervalo debe ser una constante.
3. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la primera derivada para clasificarlos.
4. Encontrar los puntos críticos de una función y usar el criterio de la segunda derivada para clasificarlos.

5. Determinar los intervalos de monotonía de una función, mediante el signo de su primera derivada.
6. Determinar los intervalos de concavidad de una función, mediante el signo de su segunda derivada.
7. Determinar los valores máximo y mínimo absolutos de una función en un intervalo finito dado.
8. Determinar los valores máximos y mínimos locales y absolutos de una función en un intervalo dado.
9. Dada una función, determinar su dominio, sus ceros, sus puntos críticos, sus puntos de inflexión, sus intervalos de positividad, sus intervalos de monotonía, sus intervalos de concavidad, sus asíntotas horizontales y verticales y usar esta información para esbozar su gráfica.
10. Aplicar la derivada para resolver problemas de optimización.

#### 8.4. Actividades

1. Revisen el material de las **siete** unidades anteriores, de acuerdo a lo que te señalan los indicadores de evaluación de esta unidad, especialmente el que no les haya quedado muy claro. **¡ESTA ES UNA EXCELENTE OPORTUNIDAD PARA QUE REVISEN A PROFUNDIDAD LOS TEMAS QUE NO HAYAN ENTENDIDO BIEN EN LO QUE VA DEL CURSO Y RESUELVAN TODAS SUS DUDAS! ¡Asistan a asesoría tantas veces como les haga falta! Recuerden que la calificación que obtengan en esta unidad valdrá el 33 % de su calificación final.**
2. Para presentar su segundo examen integrador **DEBEN ENTREGAR UN ENSAYO ACERCA del método de Pierre Fermat (1601-1665) para localizar los máximos y mínimos locales de una función.** Su ensayo debe ser de una cuartilla y deben escribirlo a mano, con sus propias palabras, de manera clara y con buena ortografía. No olviden que copiar textualmente de su fuente de información sin dar el crédito correspondiente es un plagio.
3. Si necesitan más práctica, les sugiero que realicen los *Ejercicios opcionales* o los *Más ejercicios* que vienen en cada una de las Unidades anteriores.
4. Les sugerimos aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # 5.
5. **Si reciclan dos veces su segundo examen integrador, para presentarlo por tercera vez es indispensable que entreguen la siguiente lista de problemas correctamente resuelta.**

## 8.5. Problemas

- Encuentre todas las rectas que son tangentes simultáneamente a las parábolas:  $y = -x^2$  y  $y = x^2 + 1$ .
- En un despeje de portería, una pelota sale disparada con una velocidad inicial  $v = (v_0, v_1)$ . ¿Qué relación debe haber entre  $v_0$  y  $v_1$  para que el área debajo de la parábola seguida por la pelota sea la mayor posible? *Nota:* El área debajo del arco de la parábola es  $2/3$  del área del rectángulo que la circunscribe.
- Determine los máximos y mínimos locales, los intervalos de monotonía, los puntos de inflexión, los intervalos de concavidad y esboce la gráfica de  $y = f(x)$  si se sabe que  $f(0) = 2$  y que

$$y' = -(x - 2)(x + 3).$$

- Calcule  $y'$  para cada una de las siguientes funciones:
  - $y = \sqrt[4]{x^2 + x \cos^2 x}$ ,
  - $y = \frac{x^2 - \tan 3x}{\sqrt{x^2 - 2x}}$ ,
  - $\sin(x/y) + \cos(y/x) = xy$ .
- Determine el dominio, el rango, los intervalos de monotonía, los puntos críticos, los máximos y mínimos locales, los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:
  - $f(x) = x^4 - 4x^3$ ,
  - $g(x) = x\sqrt{4 - x^2}$ .

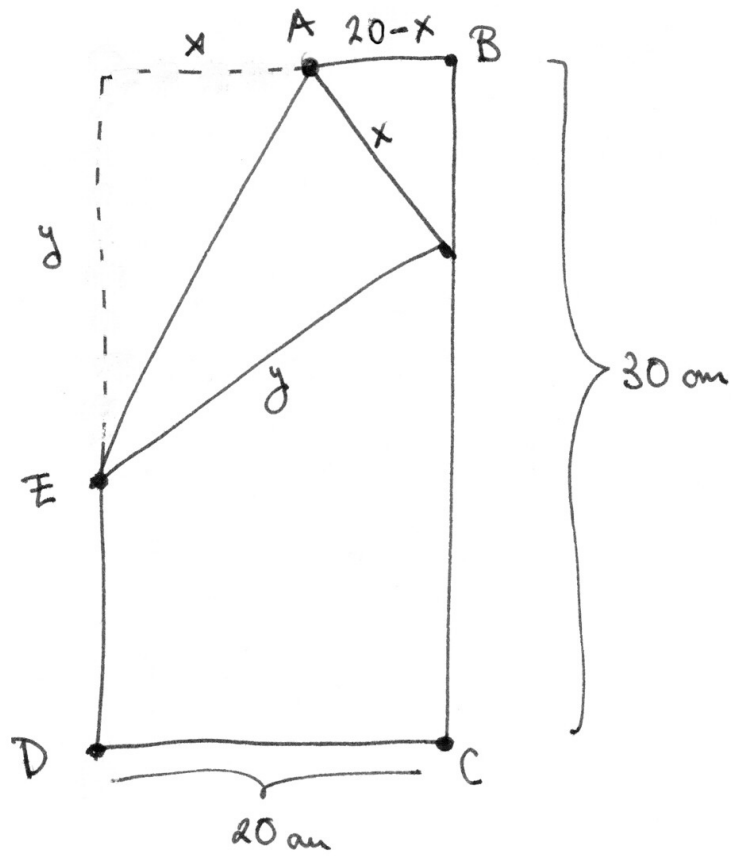
Utilice esta información para esbozar las gráficas.

- Dada la función  $y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 2}$ .
  - Encuentre su dominio.
  - Determine su paridad.
  - Encuentre sus ceros y sus intervalos de positividad.
  - Determine sus puntos críticos y sus intervalos de monotonía.
  - Determine sus puntos de inflexión y sus intervalos de concavidad.
  - Encuentre las ecuaciones de sus asíntotas.
  - Use la información anterior para esbozar su gráfica.
- Determine los valores máximo y mínimo absolutos de  $y = \cos \theta + 2\theta$  en el intervalo  $[0, \pi/2]$ .
- Determine el punto de la parábola  $y = (x - 1)^2$  que está más cerca del origen.
- Una ventana tiene la forma de un rectángulo rematada en su parte superior por un semicírculo. Si el perímetro de la ventana es de 4 m, encuentre las dimensiones de la ventana de mayor área.
- La esquina superior izquierda de una hoja de papel rectangular de 20 cm de ancho por 30 de largo, se dobla hasta hacerla llegar al borde derecho, como se muestra en la figura. ¿Para qué valor de  $x$  el pentágono  $ABCDE$  tendrá área máxima? *Sugerencia:* Note que el pentágono tiene área  $A = 600 - \frac{xy}{2}$ . Enseguida establezca la relación:

$$y = \sqrt{x^2 - (20 - x)^2} + \sqrt{y^2 - 400}.$$

Luego despeje  $y$  de esta expresión y obtenga:

$$y = \frac{\sqrt{20}x}{\sqrt{2x - 20}}$$





## Parte III

# Funciones inversas, trascendentes. Series de Taylor



## Unidad 9

# Funciones logarítmicas y exponenciales

### INTRODUCCIÓN

#### 9.1. Objetivos

- 1.
- 2.

#### 9.2. Temario

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

#### 9.3. Indicadores de evaluación

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

- 7.
- 8.
- 9.

#### 9.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante.  
Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # , bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # .

#### 9.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

##### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección m.n:** *A* .
2. **Sección m.n:** *A* .
3. **Sección m.n:** *L* .

##### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. **Sección m.n:** *P* .  
Ejercicios de rutina: .  
Ejercicios opcionales: .  
Más ejercicios:  
**Ejercicios retadores:**  
Exercises (del texto en inglés): .
2. **Sección m.n:** *D* .  
Ejercicios de rutina: .  
Ejercicios opcionales: .  
Más ejercicios: .  
**Ejercicios retadores:**  
Exercises (del texto en inglés): .

3. **Sección m.n:** *L* .Ejercicios de rutina: .Ejercicios opcionales: .Más ejercicios:Ejercicios retadores: .Exercises (del texto en inglés): .**9.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones**

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

**Estudio del texto Thomas: 12a. edición**

Estudia las secciones m.n, m.n y m.n de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

**Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición**

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección m.n:** .2. **Sección m.n:** .3. (Para Unidad M. **Sección m.n:** .)4. **Sección m.n:** .5. (Para Unidad N. **Sección m.n.** .)**9.7. Videos de la *Kahn Academy***

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- ●
- 
- 

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:



### 9.8. Problemas

1. a)  
b)  
c)
2. a)  
b)  
c)
3. a)  
b)  
c)
- 4.
5. a)  
b)  
c)
6. a)  
b)  
c)
7. a)  
b)  
c)
8. a)  
b)  
c)
- 9.
- 10.

## Unidad 10

# Trigonométricas inversas. Regla de L'Hôpital y polinomios de Taylor

### INTRODUCCIÓN

#### 10.1. Objetivos

- 1.
- 2.

#### 10.2. Temario

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

#### 10.3. Indicadores de evaluación

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 6.
- 7.
- 8.
- 9.

#### 10.4. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante.  
Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.
2. Entreguen la tarea de la Unidad # , bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # .

#### 10.5. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones

Del texto de Stewart: Cálculo 7E-Trascendentes Tempranas, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

##### Estudio del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. Sección m.n:  $A$  .
2. Sección m.n:  $A$  .
3. Sección m.n:  $L$  .

##### Ejercicios del texto Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas

1. Sección m.n:  $P$  .  
Ejercicios de rutina: .  
Ejercicios opcionales: .  
Más ejercicios:  
Ejercicios retadores:  
Exercises (del texto en inglés): .
2. Sección m.n:  $D$  .  
Ejercicios de rutina:.  
Ejercicios opcionales: .



Más ejercicios: .

**Ejercicios retadores:**

Exercises (del texto en inglés): .

3. **Sección m.n:** *L* .

Ejercicios de rutina: .

Ejercicios opcionales: .

Más ejercicios:

**Ejercicios retadores:** .

Exercises (del texto en inglés): .

## 10.6. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones

Del texto de Thomas: 12a. edición, realizar las siguientes asignaciones, **previo ESTUDIO** de las secciones indicadas.

### Estudio del texto Thomas: 12a. edición

Estudia las secciones m.n, m.n y m.n de la Decimosegunda (12a) edición del Thomas.

### Ejercicios del texto Thomas: 12a. edición

Si necesitas práctica adicional, te sugerimos elegir del texto de Thomas (12) algunos de los ejercicios que te proponemos a continuación:

1. **Sección m.n:** .
2. **Sección m.n:** .
3. (Para Unidad M. **Sección m.n:** .)
4. **Sección m.n:** .
5. (Para Unidad N. **Sección m.n.** .)

## 10.7. Videos de la *Kahn Academy*

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:  
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus>

1. Unidad 1:

- •
- 
-

O si prefieren, pueden revisar los videos en inglés.

1. Unit 1:

- •
- 
- 

### 10.8. Problemas

1. a)  
b)  
c)
2. a)  
b)  
c)
3. a)  
b)  
c)
- 4.
5. a)  
b)  
c)
6. a)  
b)  
c)
7. a)  
b)  
c)
8. a)  
b)  
c)
- 9.
- 10.

## Unidad 11

# Evaluación final

### INTRODUCCION

#### 11.1. Objetivos

#### 11.2. Temario

section[Indicadores de evaluación]Indicadores de evaluación

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.

#### 11.3. Actividades

1. Estudien las secciones asignadas en el *Google Classroom*, correspondientes a las secciones de **Caminos de Estudio** siguientes que indique su profesor que indique su profesor y resuelvan los ejercicios y problemas enunciados adelante.  
Si es necesario, resuelvan más y diversos ejercicios que cubran todos los indicadores de evaluación de esta unidad. Les sugiero iniciar con ejercicios sencillos y aumentar paulatinamente el grado de dificultad.

2. Entreguen la tarea de la Unidad # , bien hecha y en limpio.
3. Procuren aprobar esta unidad antes de finalizar la semana # .

**11.4. Camino de estudio Stewart: 7E-Trascendentes Tempranas: Actividades y asignaciones**

**11.5. Camino de estudio Thomas: 12a. ed: Actividades y asignaciones**

**11.6. Videos en la *Kahn Academy***

Revisen los siguientes videos en la *Kahn Academy*:

- 
- 

**11.7. Ejercicios variados**

- 1.
- 2.
- 3.

Apéndice A

Apéndice

[

Apéndice 1]Apéndice 1



# Bibliografía

- [1] J. Cruz Sampedro y S. Arellano Balderas. *Cálculo Diferencial. SAI. Guía del curso.* (2015.)
- [2] *P.E. Dankó, A.G. Popov y T.Ya. Kozhévnikova. Matemáticas Superiores en Ejercicios y Problemas.* Parte 1. Editorial Mir Moscú. (Los ejercicios marcados con \* son tomados de esta referencia.)
- [3] E.J. Fox. *The personalized system of instruction: a flexible and effective approach to mastering learning.* In: Evidence-Based Educational Methods. Editors: D.J. Moran and R.W. Malott. Elsevier Academic Press, 2004.
- [4] F. Keller. *Good bye, teacher ...* Journal of Applied Behavior Analysis, 1968, **I**, pp. 79-89. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1310979/>
- [5] *Piskunov. Cálculo Diferencial e Integral.* Volumen I. Editorial Mir Moscú.
- [6] *J. Stewart Cálculo. 7E: Trascendentes tempranas.* Séptima (7a) edición. Cengage Learning Editores. 2012.
- [7] *J. Stewart. Calculus: early trasendentals.* Sixth (6th) edition. Thomson-Brooks/Cole. 2008.
- [8] *G. B. Thomas. Cálculo: una variable.* Decimosegunda (12a) edición. 2010; o decimotercera (13a) edición. 2015. Pearson.

Los siguientes textos, rusos, son una excelente referencia. Son un poco más densos y, podríamos decir, más avanzados, pero si los estudian les darán a ustedes una formación **EXCELENTE** en Cálculo.